

CAPITULO TRES

3. LOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN

3.1. DEFINICIÓN Y PRESENTACIÓN DE CADA SISTEMA

3.1.1. INTRODUCCIÓN

En la electrónica digital se trabaja con cantidades discretas. Los sistemas de numeración son ejemplo del tratamiento discreto, si se escribe el 321 se interpreta la existencia de trescientos veintiún elementos. La expresión $(345)_8$ representa el número tres cuatro cinco pero en base de numeración ocho. Hay diversos sistemas tantos como se quieran. El más conocido y usado es el Sistema de numeración Decimal, no es el único y por el contrario los más utilizados en los circuitos digitales son el octal, el hexadecimal y sobre todo el binario.

El binario en el que hay tan solo dos valores es el que realmente representa la importancia de los circuitos digitales y su comportamiento. Solo hay dos estados posibles o se es o NO se es, pero no hay intermedios. Encendido o apagado, día o noche, funciona o no funciona, Activado o desactivado, en cada caso existe un uno o existe un cero lógico.

El estudio de este apartado le permitirá al lector armarse de las herramientas suficientes para comprender la llamada lógica binaria a la que se tendrá que enfrentar en los capítulos subsiguientes.

3.1.2. BOSQUEJO HISTÓRICO

Cuando los hombres empezaron a contar usaron los dedos, guijarros, marcas en bastones, nudos en una cuerda y algunas otras formas para ir pasando de un número al siguiente. A medida que la cantidad crece se hace necesario un sistema de representación más práctico.

En diferentes partes del mundo y en distintas épocas se llegó a la misma solución, cuando se alcanza un determinado número se hace una marca distinta que los representa o abarca a todos ellos. Este número es la base. Se sigue añadiendo unidades hasta que se vuelve a alcanzar por segunda vez el número anterior y se añade otra marca de la segunda clase. Cuando se alcanza un número determinado (que puede ser diferente del anterior constituyendo la base auxiliar) de estas unidades de segundo orden, las decenas en caso de base 10, se añade una de tercer orden y así sucesivamente.

La base que más se ha utilizado a lo largo de la Historia es 10 según todas las apariencias por ser

ese el número de dedos con los que contamos. Hay alguna excepción notable como son la numeración babilónica que usaba 10 y 60 como bases, y la numeración la Maya que usaba 20 y 5 aunque con alguna irregularidad.

Desde hace 5000 años la gran mayoría de las civilizaciones han contado en unidades, decenas, centenas, millares etc. es decir de la misma forma que se sigue haciéndolo hoy. Sin embargo la forma de escribir los números ha sido muy diversa y muchos pueblos han visto impedido su avance científico por no disponer de un sistema eficaz que permitiese el cálculo.

Casi todos los sistemas utilizados representan con exactitud los números enteros, aunque en algunos pueden confundirse unos números con otros, pero muchos de ellos no son capaces de representar grandes cantidades, y otros requieren demasiada cantidad de símbolos que los hace poco prácticos. Pero sobre todo no permiten en general efectuar operaciones tan sencillas como la multiplicación, requiriendo procedimientos muy complicados que sólo estaban al alcance de unos pocos iniciados. De hecho cuando se empezó a utilizar en Europa el sistema de numeración actual, los abaquistas, los profesionales del cálculo se opusieron esgrimiendo razones como: que siendo el cálculo algo complicado en sí mismo, tendría que ser un método diabólico aquel que permitiese efectuar las operaciones de forma tan sencilla.

El sistema actual fue inventado por los indios y transmitido a Europa por los árabes. Del origen indio del sistema hay pruebas documentales más que suficientes, entre ellas la opinión de Leonardo de Pisa (Fibonacci) que fue uno de los introductores del nuevo sistema en la Europa de 1200. El gran mérito fue la introducción del concepto y símbolo del cero, lo que permite un sistema en el que sólo diez símbolos puedan representar cualquier número por grande que sea y simplificar la forma de efectuar las operaciones

3.1.2.1. *Sistemas de Numeración Aditivosⁱⁱ*

Considérese el sistema jeroglífico egipcio. Por cada unidad se escribe un trazo vertical, por cada decena un símbolo en forma de arco y por cada centena, millar, decena y centena de millar y millón un jeroglífico específico. Así para escribir 754 usaban 7 jeroglíficos de centenas 5 de decenas y 4 trazos. De alguna forma todas las unidades están físicamente presentes.

Los sistemas aditivos son aquellos que acumulan los símbolos de todas las unidades, decenas... como sean necesarios hasta completar el número. Una de sus características es por tanto que se pueden poner los símbolos en cualquier orden, aunque en general se ha preferido una determinada disposición.

Han sido de este tipo las numeraciones egipcia, sumeria (de base 60), hitita, cretense, azteca (de base 20), romana y las alfabéticas de los griegos, armenios, judíos y árabes.

3.1.2.1.1. El Sistema de Numeración Egipcio*

Desde el tercer milenio A.C. los egipcios usaron un sistema de escribir los números en base diez utilizando jeroglíficos como los que aparecen en la figura No 30 para representar los distintos ordenes de unidades



Figura No 30. Símbolos de la numeración egipcia y valor correspondiente

Se usaban tantos de cada uno como fuera necesario y se podían escribir indistintamente de izquierda a derecha, al revés o de arriba abajo, cambiando la orientación de las figuras según el caso.

Al ser indiferente el orden se escribían a veces según criterios estéticos, y solían ir acompañados de los jeroglíficos correspondientes al tipo de objeto (animales, prisioneros, vasijas etc.) cuyo número indicaban.

Estos signos fueron utilizados hasta la incorporación de Egipto al imperio romano. Pero su uso quedó reservado a las inscripciones monumentales, en el uso diario fue sustituido por la escritura hierática y demótica, formas más simples que permitían mayor rapidez y comodidad a los escribas.

En estos sistemas de escritura los grupos de signos adquirieron una forma propia, y así se introdujeron símbolos particulares para 20, 30...90...200, 300.....900, 2000, 3000..... con lo que disminuye el número de signos necesarios para escribir una cifra.

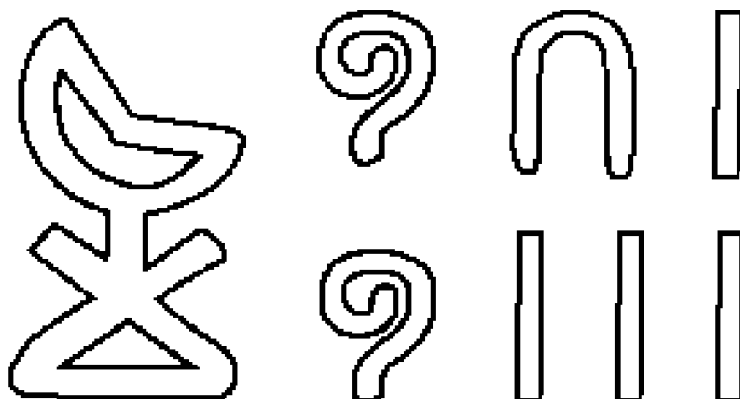
Algunos ejemplos sonⁱⁱⁱ:

1. Para representar 1.214, se separa el número en sus unidades y en grupos de 10 en 10 (decenas, centenas, unidades de millar, etc.). Es decir:

$$1.214 = 1.000 + 100 + 100 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1$$

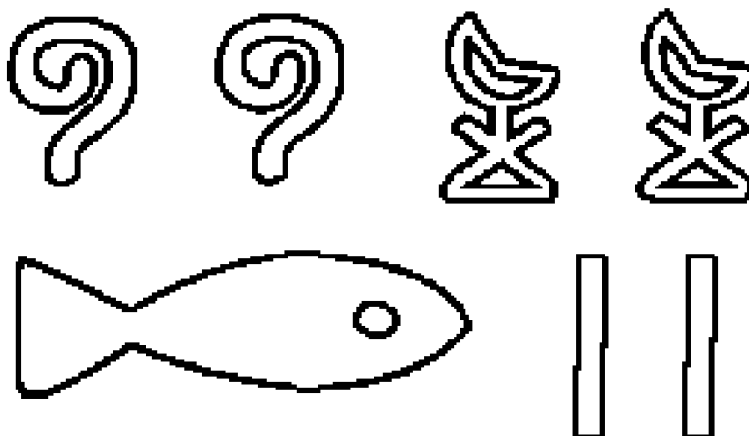
* Tomado de: <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Otros/SISTNUM.html#G>

2. Escribir los símbolos correspondientes a cada valor del número anterior:



En este caso, se escribieron de izquierda a derecha, pero podría ser a la inversa. La vara y la cuerda ocupan dos renglones.

3. ¿Qué número es éste?



1) Observando cuántos símbolos hay y cuál es su valor. La ilustración muestra:

1 pez (100 000), 2 flores (1 000 cada una), 2 cuerdas (100 cada una) y 2 varas.

2) Se suman los valores:

$$100.000 + 1.000 + 1.000 + 100 + 100 + 1 + 1 = 102.202$$

3.1.2.1.2. El Sistema de Numeración Griego**

** idem

El primer sistema de numeración griego se desarrolló hacia el 600 A.C. Era un sistema de base decimal que usaba símbolos, como los de la figura No 31, para representar esas cantidades. Se utilizaban tantas de ellas como fuera necesario según el principio de las numeraciones aditivas.

Para representar la unidad y los números hasta el 4 se usaban trazos verticales. Para el 5, 10 y 100 las letras correspondientes a la inicial de la palabra cinco (*pentē*), diez (*deka*) y mil (*khiloi*). Por este motivo se llama a este sistema *acrofónico*.



Figura No 31. Representación del sistema de numeración griego. Ejemplo del 3737**

3.1.2.2. Sistemas de Numeración Híbridos

En el anterior sistema los números parecen palabras, ya que están compuestos por letras, y a su vez las palabras tienen un valor numérico, basta sumar las cifras que corresponden a las letras que las componen. Esta circunstancia hizo aparecer una nueva suerte de disciplina mágica que estudiaba la relación entre los números y las palabras. En algunas sociedades como la judía y la árabe, que utilizaban un sistema similar, el estudio de esta relación ha tenido una gran importancia y ha constituido una disciplina aparte: la kábala, que persigue fines místicos y adivinatorios.

En estos sistemas se combina el principio aditivo con el multiplicativo. Si para representar 500 los sistemas aditivos recurren a cinco representaciones de 100, los híbridos utilizan la combinación del 5 y el 100. Pero siguen acumulando estas combinaciones de signos para los números más complejos. Por lo tanto sigue siendo innecesario un símbolo para el 0. Para representar el 703 se usa la combinación del 7 y el 100 seguida del 3.

El orden en la escritura de las cifras es ahora fundamental para evitar confusiones, se dan así los pasos para llegar al sistema posicional, ya que si los signos del 10, 100 etc se repiten siempre en los mismos lugares, pronto se piensa en suprimirlos, dándolos por supuestos y se escriben sólo las cifras correspondientes a las decenas, centenas etc.; pero, para ello es necesario un cero, algo que indique que algún orden de magnitud está vacío y no se confundan el 307 con 370, 3070 ...

Además del chino clásico han sido sistemas de este tipo el asirio, arameo, etíope y algunos del subcontinente indio como el tamil, el malayalam y el cingalés.

*** Idem

3.1.2.1. *El Sistema de Numeración Chino*****

La forma clásica de escritura de los números en China se empezó a usar desde el 1500 A.C. aproximadamente. Es un sistema decimal estricto que usa las unidades y los distintas potencias de 10. Utiliza ideogramas, como los de la figura No 32, se usa la combinación de los números hasta el diez con la decena, centena, millar y decena de millar, para según el principio multiplicativo, representar 50, 700 ó 3000.

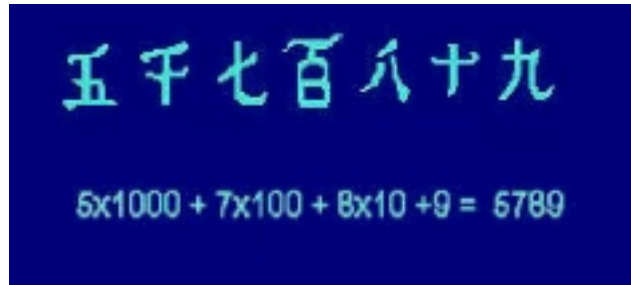


Figura No 32. Ejemplo del sistema de numeración Chino representando el número 5789

El orden de escritura se hace fundamental, ya que 5 10 7 igual podría representar 57 que 75. Tradicionalmente se ha escrito de arriba abajo aunque también se hace de izquierda a derecha como se muestra en la misma en el ejemplo de la misma figura. No es necesario un símbolo para el cero siempre y cuando se pongan todos los ideogramas; pero aún así, a veces se suprimían los correspondientes a las potencias de 10.

Aparte de esta forma que podríamos llamar canónica se usaron otras. Para los documento importantes se usaba una grafía más complicada con objeto de evitar falsificaciones y errores. En los sellos se escribía de forma más estilizada y lineal y aún se usaban hasta dos grafías diferentes en usos domésticos y comerciales, aparte de las variantes regionales. Los eruditos chinos por su parte desarrollaron un sistema posicional muy parecido al actual que desde que incorporó el cero por influencia india en s. VIII en nada se diferencia de este.

3.1.2.3. *Sistemas de Numeración Posicionales******

Mucho más efectivos que los sistemas anteriores son los posicionales. En ellos la posición de una cifra nos dice si son decenas, centenas ... o en general la potencia de la base correspondiente.

Sólo tres culturas además de la india lograron desarrollar un sistema de este tipo. Babilonios, chinos y mayas en distintas épocas llegaron al mismo principio. La ausencia del cero impidió a los chinos un desarrollo completo hasta la introducción del mismo. Los sistemas babilónico y maya no eran prácticos para operar porque no disponían de símbolos particulares para los dígitos, usando para representarlos una acumulación del signo de la unidad y la decena. El hecho que sus bases fuese

**** Idem
***** Idem

60 y 20 respectivamente no hubiese representado en principio ningún obstáculo. Los mayas por su parte cometían una irregularidad a partir de las unidades de tercer orden, ya que detrás de las veintenas no usaban $20 \times 20 = 400$ sino $20 \times 18 = 360$ para adecuar los números al calendario, una de sus mayores preocupaciones culturales.

Fueron los indios antes del siglo VII los que idearon el sistema tal y como hoy lo conocemos, sin más que un cambio, en la forma en la que escribimos los nueve dígitos y el cero. Aunque con frecuencia nos referimos a nuestro sistema de numeración como árabe, las pruebas arqueológicas y documentales demuestran el uso del cero tanto en posiciones intermedias como finales en la India. Los árabes transmitieron esta forma de representar los números y sobre todo el cálculo asociado a ellas, aunque tardaron siglos en ser usadas y aceptadas. Una vez más se produjo una gran resistencia a algo por el mero hecho de ser nuevo o ajeno, aunque sus ventajas eran evidentes. Sin esta forma eficaz de numerar y efectuar cálculos difícilmente la ciencia hubiese podido avanzar.



Figura No 33. Sistema Posicional base 20

La figura No 33 ilustra el sistema del que se hace mención. Parece ser un sistema de base 5 aditivo, pero en realidad, considerados cada uno un solo signo, estos símbolos constituyen las cifras de un sistema de base 20, en el que hay que multiplicar el valor de cada cifra por 1, 20, 20×20 , $20 \times 20 \times 20$... según el lugar que ocupe, y sumar el resultado. Es por tanto un sistema posicional que se escribe a arriba abajo, empezando por el orden de magnitud mayor.

Ejemplo de varios números se ilustran en la figura No 34 donde se presenta un sistema de numeración comercial con base veinte (20).

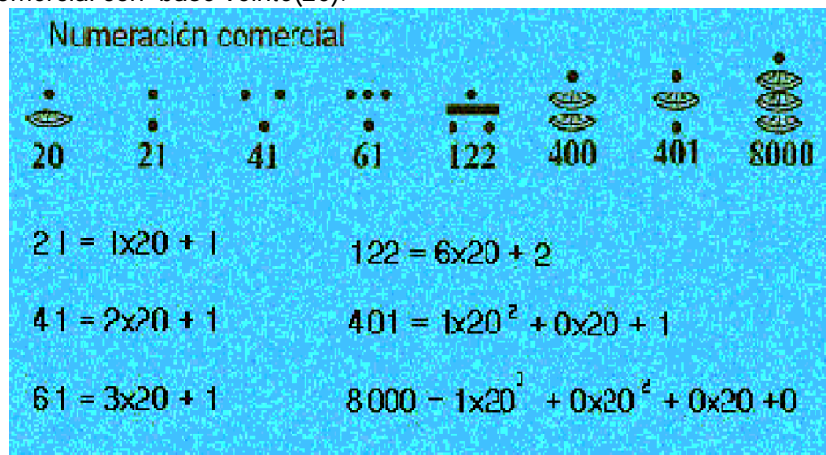


Figura No 34. Representación de varios números en base 20

Al tener cada cifra un valor relativo según el lugar que ocupa, la presencia de un signo para el cero, con el que indicar la ausencia de unidades de algún orden, se hace imprescindible y los mayas lo usaron, aunque no parece haberles interesado el concepto de cantidad nula. Como los babilonios lo usaron simplemente para indicar la ausencia de otro número.

Pero los científicos mayas eran a la vez sacerdotes ocupados en la observación astronómica y para expresar los número correspondientes a las fechas usaron unas unidades de tercer orden irregulares para la base 20. Así la cifra que ocupaba el tercer lugar desde abajo se multiplicaba por $20 \times 18 = 360$ para completar una cifra muy próxima a la duración de un año. Tal presentación es lo reflejado en la gráfica No 35.

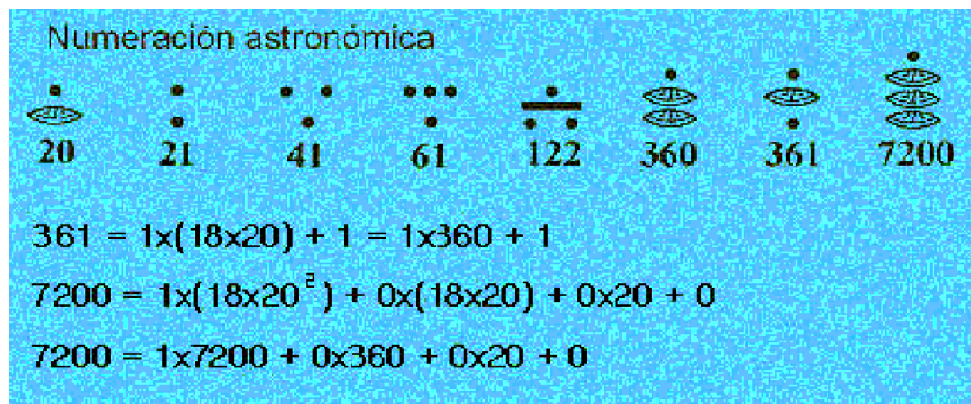


Figura No 35. Aplicación astronómica al sistema posicional base 20 de los Mayas

3.1.2.3.1. El Sistema de Numeración Babilónico[§]

Entre la muchas civilizaciones que florecieron en la antigua Mesopotamia se desarrollaron distintos sistemas de numeración. Uno de ellos fue un sistema de base 10, aditivo hasta el 60 y posicional para números superiores.

En el sistema decimal babilónico, las reglas para representar una cantidad son las siguientes:

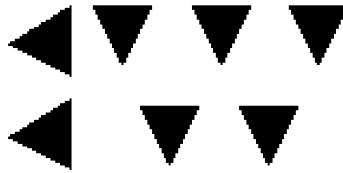
- La cuña con valor 1 se podía repetir hasta un total de nueve veces.
- Cuando se repiten símbolos se suman sus valores. A la izquierda se escriben los símbolos mayores.

Por ejemplo:



[§]Algunos de los ejemplos son tomados de: http://www.tareasya.com/noticia.asp?noticia_id=1319#egipcio

1. Equivalencia: $10 + 2 = 12$



2. Equivalencia: $20 + 5 = 25$

c. Para representar órdenes superiores a 100 se usaba la multiplicación por 10, escribiendo separada una cuña de este valor, a la izquierda de la cantidad multiplicada.

Por ejemplo, para escribir 1 000, se anota primero el 100 y a la izquierda una cuña con valor 10 que multiplique al 100:



$10 \times 100 = 1\ 000$

Y 10 000 sería:



$10 \times 1\ 000 = 10\ 000$

Para la unidad se usaba la marca vertical que se hacía con el punzón en forma de cuña. Se ponían tantos como fuera preciso hasta llegar a 10, que tenía su propio signo. De este se usaban los que fuera necesario completando con las unidades hasta llegar a 60. Representando sucesivamente el número de unidades, 60, 60x60, 60x60x60 y así, sucesivamente. Es útil ver la tabla de la figura 36.

Sin embargo, estas combinaciones no se usaban con mucha frecuencia. Con el paso de los años y con el progreso, los babilonios usaron el sistema sexagesimal (de base sesenta). Los números menores de sesenta se escribían en el sistema decimal. Los números mayores de sesenta se escribían anotando las cuñas 1 o 10 en distintos lugares a la izquierda. Cada lugar a la izquierda representaba una **potencia** distinta de 60. Las cuñas indicaban cuántas veces debían multiplicarse cada potencia de 60.

Se puede representar este sistema sexagesimal con varias casillas:

$60^2 = 60 \times 60 = 3600$ Las cuñas se multiplican por 3 600	$60^1 = 60$ Las cuñas se multiplican por 60	Unidades Las cuñas tienen su valor normal: 1 o 10	Valores según la posición de la cuña
▼	▼	▼	

Figura 36. Representación sexagesimal babilónico

En esta tabla se representó el número 3.661 porque hay una cuña de valor 1 en cada casilla, lo cual equivale a:

$$1 \times 3\,600 + 1 \times 60 + 1 = 3\,600 + 60 + 1 = 3661$$

También puede escribirse más de una cuña por casilla. En ese caso, se suma primero el valor total de las cuñas y luego se multiplica por la potencia correspondiente.

Ejemplo:

- ¿Cuál es el valor de los siguientes numerales?

60^2	60^1	Unidades
	▼ ▼ ▼	◀
▼ ▼ ▼	◀ ▼ ▼	◀ ▲ ▲ ▲

Solución:

- * En este caso, tenemos:

$$3 \times 60^1 + 10 = 3 \times 60 + 10 = 180 + 10 = 190$$

- * El segundo número es:

$$3 \times 60^2 + 12 \times 60^1 + 30 = 3 \times 3\,600 + 12 \times 60 + 30 = 10\,800 + 720 + 30 = 11.550$$

En la segunda casilla se suma primero $10 + 2 = 12$ y después se multiplica por la potencia correspondiente.

El sistema sexagesimal se usa actualmente en la medición de ángulos (grados, minutos y segundos) y del tiempo (horas, minutos y segundos).

Ejemplos

1. Sumar 28 grados 13 minutos y 25 segundos con 76 grados 28 y 17 segundos

$$\begin{array}{r} + 28^{\circ} 13' 25'' \\ + 76^{\circ} 28' 17'' \\ \hline \end{array}$$

2. Verifica el resultado para transformar alguna de las superior.:

$$\begin{array}{r} 104^{\circ} 41' 42'' \\ + 39^{\circ} 16' 44'' \\ + 22^{\circ} 38' 39'' \\ \hline 61^{\circ} 54' 83'' \end{array}$$

comprobar si se deben unidades a su inmediata

En este caso, 83" puede convertirse a minutos, porque 60" = 1'. Así que la respuesta es:

$$61^{\circ} 55' 23''$$

3.1.2.3.2. El Sistema de Numeración Maya

Los mayas idearon un sistema de base 20 con el 5 como base auxiliar. La unidad se representaba por un punto. Dos, tres, y cuatro puntos servían para 2, 3 y 4. El 5 era una raya horizontal, a la que se añadían los puntos necesarios para representar 6, 7, 8 y 9. Para el 10 se usaban dos rayas, y de la misma forma se continúa hasta el 20, con cuatro rayas.

El año lo consideraban dividido en 18 uinal que constaba cada uno de 20 días. Se añadían algunos festivos (uayeb) y de esta forma se conseguía que durara justo lo que una de las unidades de tercer orden del sistema numérico.

Además de éste calendario solar, usaron otro de carácter religioso en el cual el año se divide en 20 ciclos de 13 días.

Al romperse la unidad del sistema éste se hace poco práctico para el cálculo y aunque los conocimientos astronómicos y de otro tipo fueron notables los mayas no desarrollaron una matemática más allá del calendario.

3.1.3. ¿QUÉ ES UN SISTEMA DE NUMERACIÓN?

Cualquier sistema consta fundamentalmente de una serie de elementos que lo conforman, una serie de reglas que permite establecer operaciones y relaciones entre tales elementos. Por ello, puede decirse que *un sistema de numeración es el conjunto de elementos (símbolos o números),*

operaciones y relaciones que por intermedio de reglas propias permite establecer el papel de tales relaciones y operaciones.

3.1.4. LOS SISTEMAS BÁSICOS, OPERACIONES Y RELACIONES

3.1.4.1. Sistema decimal^{IV}

Es el más utilizado, cuenta con diez elementos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Las operaciones que en el se pueden dar son las aritméticas (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, etc.) y lógicas (Unión - disyunción, Intersección - conjunción, negación, Diferencia, Complemento, etc.). Las relaciones entre los números del sistema decimal son mayor que, menor que, igual y a nivel lógico son pertenencia y contención.

Un número del sistema decimal tiene la siguiente representación:

$$(N)_{10} = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + a_{n-2} \cdot 10^{n-2} + \dots + a_0 \cdot 10^0 + a_{-1} \cdot 10^{-1} + \dots + a_{-p} \cdot 10^{-p} \quad \text{Ecuación 1.}$$

Siendo:

- N** el número decimal,
- a_i** el número relativo que ocupa la posición i-esima
- n** número de dígitos de la parte entera (menos uno)
- p** número de dígitos de la parte fraccionaria.

Así pues el número 234,21 en base diez que se escribe $(234,21)_{10}$ se representa:

$$(234,21)_{10} = 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2}$$

con

$$n = 2; \quad p = 2 \quad a_2 = 2; \quad a_1 = 3; \quad a_0 = 4; \quad a_{-1} = 2 \quad \text{y} \quad a_{-2} = 1$$

Otro ejemplo, puede ser:

Representar el número $(3456,872)_{10}$

$$(3456,872)_{10} = 3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}$$

con

$$n = 3; \quad p = 3; \quad a_3 = 3; \quad a_2 = 4; \quad a_1 = 5; \quad a_0 = 6; \quad a_{-1} = 8; \quad a_{-2} = 7 \quad \text{y} \quad a_{-3} = 2$$

Las operaciones tanto aritméticas como lógicas son las que normalmente se han trabajado durante toda la vida escolar.

3.1.4.2. Sistema binario"

3.1.4.2.1. Definición. El sistema de numeración Binario es el conjunto de elementos formado por el 0 y el 1, con operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación) y lógicas (OR, AND y NOT) y además sus propias relaciones que por intermedio de reglas propias permite establecer el papel de tales relaciones y operaciones entre sus dos elementos.

3.1.4.2.2. Operaciones Aritméticas

3.1.4.2.2.1. Suma. Se realiza exactamente igual que en el sistema de numeración decimal teniendo en cuenta que si se excede la base se lleva en la siguiente cifra una unidad de orden superior. Veamos algunos ejemplos:

Ejemplos:

1. Sumar $(100101)_2$ con $(110010)_2$

$$\begin{array}{r} (100101)_2 \\ + (110010)_2 \\ \hline (1010111)_2 \end{array}$$

2. Resolver $(100111)_2 + (110010)_2$

$$\begin{array}{r} (100111)_2 \\ + (110010)_2 \\ \hline (1011001)_2 \end{array}$$

3. Resolver: $(1001,101)_2 + (0110,010)_2$

$$\begin{array}{r} (1001,101)_2 \\ + (0110,010)_2 \\ \hline (1111,111)_2 \end{array}$$

4. Resolver: $(1011,111)_2 + (0010,010)_2$

$$\begin{array}{r} (1011,111)_2 \\ + (0010,010)_2 \\ \hline (1110,001)_2 \end{array}$$

" Referencias conceptuales no textuales.

5. Resolver: $(1011,111)_2 + (1011,111)_2 + (0010,010)_2$

$$\begin{array}{r} (1011,111)_2 \\ (1011,111)_2 \\ + (0010,010)_2 \\ \hline (11010,000)_2 \end{array}$$

6. Resolver: $(1011,111)_2 + (1011,111)_2 + (10010,000)_2 + (0010,010)_2$

$$\begin{array}{r} (01011,111)_2 \\ (01011,111)_2 \\ (10010,000)_2 \\ + (00010,010)_2 \\ \hline (101100,000)_2 \end{array}$$

3.1.4.2.2.2. Resta. Se realiza exactamente igual que en el sistema de numeración decimal teniendo en cuenta que si se excede la base se lleva en la siguiente cifra una unidad de orden superior. Veamos algunos ejemplos:

Ejemplos

1. Resolver. $(111101)_2 - (110010)_2$

$$\begin{array}{r} (111101)_2 \\ - (110010)_2 \\ \hline (001011)_2 \end{array}$$

2. Resolver: $(1011,111)_2 - (0010,010)_2$

$$\begin{array}{r} (1011,111)_2 \\ - (0010,010)_2 \\ \hline (1001,101)_2 \end{array}$$

3. Resolver: $(1001,101)_2 - (0110,010)_2$

$$\begin{array}{r} (1001,101)_2 \\ - (0110,010)_2 \\ \hline (0011,011)_2 \end{array}$$

4. Resolver: $(110111)_2 - (110010)_2$

$$\begin{array}{r} (110111)_2 \\ - (110010)_2 \\ \hline (000101)_2 \end{array}$$

Para desarrollar apropiadamente la operación de resta se hace uso de la operación de complemento a uno o de complemento a dos. En el primer caso se denomina complemento a la base menos uno y en el segundo complemento a la base.

Complemento a uno: Sencillamente se hace el complemento dígito a dígito.

Ejemplos:

1. $(110111)_2$ el complemento a uno será 001000
2. $(110010)_2$ el complemento a uno será 001101
3. $(000101)_2$ el complemento a uno será 111010

Complemento a dos: Se hace el complemento a uno y se le suma un uno al dígito menos significativo.

Este complemento solo se emplea en los números negativos. Para los números positivos el complemento a dos es el mismo número.

Ejemplos

1. $(110111)_2$ el complemento a uno será 001000, ahora

$$001000 + 1 = 001001$$

Luego el complemento a dos es 001001

2. $(110010)_2$ el complemento a uno será 001101 ahora

$$001101 + 1 = 001110$$

Luego el complemento a dos es 001110

3. $(000101)_2$ el complemento a uno será 111010, ahora

$$111010 + 1 = 111011$$

Luego el complemento a dos es 111011

Ahora sí se pueden realizar restas. Para resolver adecuadamente una operación de resta se debe tomar el sustraendo sacar complemento a dos y tal número resultante se suma con el minuendo. Es decir, se aplica la tesis: La resta es una suma pero con un número negativo. La forma de expresar un número negativo es sacándole el complemento a dos al número^{vi\$\$}.

Ahora bien, si el número da con un acarreo este se desecha y el número se asume positivo. De lo contrario, es decir, si da sin acarreo el número es negativo: Lo que se obtiene hasat aquí es la representación del número en complemento a dos, se debe por tanto sacar el complemento a dos y ese será el resultado pero negativo¹.

Ejemplos

1. $(111101)_2 - (110010)_2$

- Complemento a uno de **110010** es 001101
- Complemento a dos de 110010 es $001101 + 1$, es decir, 001110
- La suma del minuendo con el complemento a dos del sustraendo será:

$$\begin{array}{r} (111101)_2 \\ + (001110)_2 \\ \hline (1001011)_2 \\ \uparrow \\ \text{Acarreo} \end{array}$$

^{\$\$} La referencia es conceptual no textual.

¹ No olvidar que la representación en complemento a dos de un número positivo es el mismo número, pero de un número negativo es el proceso mostrado en esta sección.

Como hay acarreo este se suprime y se asume que el resultado es positivo y es $(1011)_2$

2. $(1011,111)_2 - (0010,010)_2$

- Complemento a uno de **0010,010** es 1101,101
- Complemento a dos de 0010,010 es 1101,101 + 0,001, es decir, 1101,110
- La suma del minuendo con el complemento a dos del sustraendo será:

$$\begin{array}{r}
 (1011,111)_2 \\
 + (1101,110)_2 \\
 \hline
 (11001,101)_2 \\
 \uparrow \\
 \text{Acarreo}
 \end{array}$$

Como hay acarreo este se suprime y se asume que el resultado es positivo y es $(1001,101)_2$

3. $(110010)_2 - (111101)_2$

- Complemento a uno de **111101** es 000010
- Complemento a dos de 111101 es 000010 + 1, es decir, 000011
- La suma del minuendo con el complemento a dos del sustraendo será:

$$\begin{array}{r}
 (110010)_2 \\
 + (000011)_2 \\
 \hline
 (110101)_2
 \end{array}$$

Como no hay acarreo el número es negativo y debe sacarse el complemento a dos, pues está expresado como complemento a dos, para saber que número es $001010 + 1$ el resultado es:

$$-(001011)_2$$

4. $(0010,010)_2 - (1011,111)_2$

- Complemento a uno de **1011,111** es 0100,000
- Complemento a dos de 1011,111 es 0100,000 + 0,001, es decir, 0100,001
- La suma del minuendo con el complemento a dos del sustraendo será:

$$\begin{array}{r}
 (0010,010)_2 \\
 + (0100,001)_2 \\
 \hline
 (0110,011)_2 \\
 \uparrow \\
 \text{Acarreo}
 \end{array}$$

Como no hay acarreo el número es negativo y debe buscarse su complemento a dos.
 $1001,100 + 0,001 = 1001,101$

El resultado es $-(1001,101)_2$

3.1.4.2.2.3. Multiplicación. La operación de multiplicación es idéntica a la del sistema decimal teniendo en cuenta las sumas en binario.

Ejemplos:

1. Multiplicar: $(11)_2 * (10)_2$

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 \times 10 \\
 \hline
 00 \\
 11 \\
 \hline
 110
 \end{array}$$

$$(11)_2 * (10)_2 = (110)_2$$

2. Multiplicar $(1001)_2 * (100)_2$

$$\begin{array}{r}
 1001 \\
 \times 100 \\
 \hline
 (1000100)_2
 \end{array}$$

$$(1001)_2 * (100)_2 = (100100)_2$$

3. Multiplicar $(11001,1)_2 * (1,001)_2$

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ ,1 \\
 \times \quad \quad 1\ ,0\ 0\ 1 \\
 \hline
 \quad \quad 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\
 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\
 \hline
 1\ 1\ 1\ 0\ ,0\ 1\ 0\ 1\ 1
 \end{array}$$

$$(11001,1)_2 * (1,001)_2 = (1110, 01011)_2$$

4. Multiplicar: $(110,0001) * (1001,10)_2$

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad 1\ 1\ 0\ ,0\ 0\ 0\ 1 \\
 \quad \quad \quad 1\ 0\ 0\ 1\ ,1\ 0 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0 \\
 \quad \quad 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1 \\
 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0 \\
 \hline
 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ ,1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0
 \end{array}$$

$$(110,0001) * (1001,10)_2 = (111001, 100110)_2$$

5. Multiplicar $(110101) * (100100,1)_2$

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \\
 \quad \quad \quad 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ ,1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \\
 \quad \quad 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0 \\
 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0 \\
 \hline
 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ ,1
 \end{array}$$

$$(110101) * (100100,1)_2 = (11110001110,1)_2$$

6. Multiplicar: $(10101) * (110,1)_2$

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \\
 \quad \quad \quad 1\ 1\ 0\ ,1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \\
 \quad \quad 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0 \\
 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \\
 \hline
 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ ,1
 \end{array}$$

$$(10101) * (110,1)_2 = (10001000,1)_2$$

7. Multiplicar $(0101,101) * (11,110)_2$

$$\begin{array}{r}
 101,101 \\
 \times 11,110 \\
 \hline
 1011010 \\
 101101 \\
 101101 \\
 101101 \\
 \hline
 (10101,000110)_2
 \end{array}$$

$$(0101,101) \times (11,110)_2 = (10101,000110)_2$$

8. Multiplicar: $(1001,101)_2 \times (11101,101)_2$

$$\begin{array}{r}
 1001,101 \\
 \times 11101,101 \\
 \hline
 1001101 \\
 0000000 \\
 1001101 \\
 1001101 \\
 0000000 \\
 1001101 \\
 1001101 \\
 1001101 \\
 \hline
 (100011101001001)
 \end{array}$$

$$(1001,101)_2 \times (11101,101)_2 = (100011101,001001)_2$$

3.1.4.2.2.4. División. Igual cosa que la multiplicación en este caso las restas deben hacerse como ya se dijo antes, teniendo en cuenta el complemento a dos para el minuendo, ya que es un número negativo. El procedimiento general es:

- Se toma el mismo número de cifras en el dividendo que las que tiene el divisor, si no cabe ninguna vez se toma una más.

- Se hace la resta o se establece cuanto falta, se baja la siguiente cifra y se sigue el procedimiento.
- Para restar se aplica el complemento a la base
- Los decimales se manejan como en la base diez.

Ejemplos:

1. Resolver: $(10000)/(100)_2$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \hline 011 \text{ Complemento a 1} \\ 1 \\ \hline 100 \text{ Complemento a 2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10000 \quad | 100 \\ \hline 100 \quad | 100 \\ \hline 1000000 \end{array}$$

Como Hay acarreo el número es 0 y se baja la siguiente cifra hasta terminar, como son ceros el cociente lleva cero cada vez.

$$(10000)/(100)_2 = (100)_2$$

2. Resolver: $(10010) / (11)_2$

$$\begin{array}{r} 100 \quad 00 \text{ Complemento a 1} \\ \hline 1 \quad 1 \\ \hline 101 \quad 01 \text{ Complemento a 2} \end{array} \quad \begin{array}{r} 011 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10010 \quad | 11 \\ \hline 101 \quad | 110 \\ \hline 10011 \\ \quad 01 \\ \hline 1000 \end{array}$$

$$(10010) / (11)_2 = (110)_2$$

3. Resolver: $(10101)/(10)_2$

$$10101 \quad | 10$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 10 \\
 10010 \\
 \hline
 10 \\
 10010 \\
 \hline
 10 \\
 100
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \hline
 1010,1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 0 \\
 \hline
 01 \text{ Complemento a 1} \\
 1 \\
 \hline
 10 \text{ Complemento a 2}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$(10101)/(10)_2 = (1010,1)_2$$

$$\begin{array}{r}
 4. \quad \text{Resolver: } (1001)/(100)_2 \\
 \hline
 011 \text{ Complemento a 1} \\
 1 \\
 \hline
 100 \text{ Complemento a 2}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \hline
 100
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 1001 \\
 100 \\
 \hline
 1000100 \\
 100 \\
 \hline
 1000
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \hline
 100 \\
 10,01
 \end{array}
 \end{array}$$

$$(1001)/(100)_2 = (10,01)_2$$

3.1.4.2.3. Operaciones Lógicas

Las operaciones binarias lógicas básicas son OR, XOR, AND y NOT, de aquí surgen la NOR, la NAND, la XOR y la XNOR.

La OR responde a la unión entre conjuntos, La AND a la Intersección y la NOT al Complemento.

Su funcionamiento se explicará en el apartado correspondiente a álgebra de Boole. Pero su esencia ya fue bien desarrollada en el capítulo anterior. Las relaciones son la de pertenencia y contención.

3.1.4.2.4. Posicionamiento del sistema binario LSB Y MSB.

En el sistema de numeración binario, los bits también adquieren su valor según la posición que ocupan (esto es la base para la conversión a decimal).

En la figura número 37 se muestran el valor o peso de los primeros 7 lugares o posiciones binarios, así como el número binario 11010 y su equivalente en decimal, el bit del extremo de la derecha es el bit menos significativo o de menor peso (LSB) y el bit del extremo de la izquierda es el bit más significativo o de mayor peso (MSB).

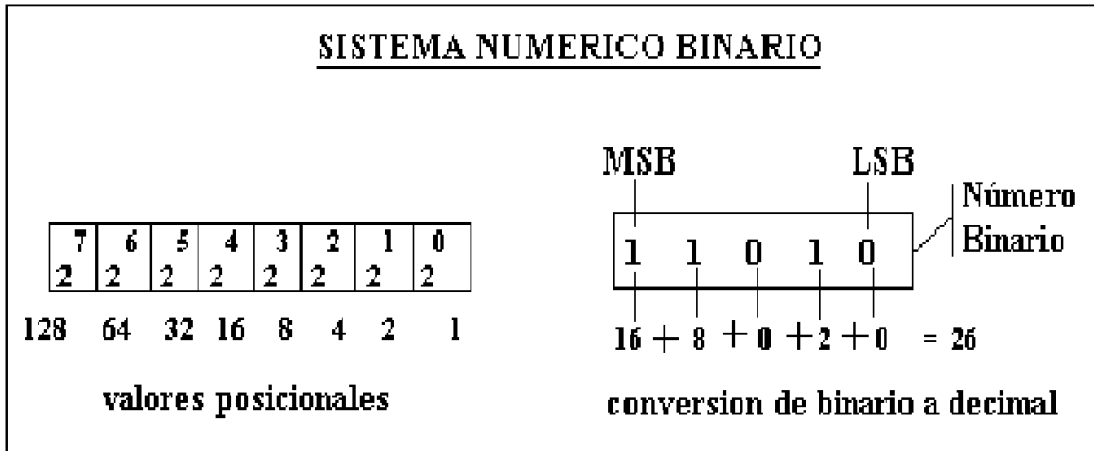


Figura No 37. Representación posicional de un número binario

3.1.4.3. Sistema octal

3.1.4.3.1. Definición: El sistema numérico octal o de base ocho es el sistema de numeración que utiliza ocho ocho dígitos o símbolos (0-7), correspondiendo el mayor al número 7, es decir, uno menor que el valor de la base (8). Cuando se cuenta en este sistema, la secuencia es desde 0 hasta 7. Las operaciones aritméticas son las mismas de cualquier sistema numérico.

Ejemplo : 345,67201, 321, 1024 . el número 1840 no es octal porque incluye un dígito (8) que es ilegal o inválido en este sistema de numeración.

Los números octales se denotan mediante el subíndice 8 o la letra *o*.

Ejemplo : (7)₈, (45)₈, (101)_o, (523)_o, (6170)₈, ect. Todos son números octales.

3.1.4.3.2. Operaciones Aritméticas

Las operaciones aritméticas de este sistema se resuelven en idéntica forma a los sistemas vistos, sin rebasar la base, es decir, cada vez que se conformen grupos de ocho se salta al siguiente nivel significativo. A continuación se presentan ejemplos de cada caso.

3.1.4.3.2.1. Sumas:

Antes de empezar a desarrollar los ejemplos correspondientes se presenta en la figura 38 una tabla de suma octal básica para hacer las primeras sumas.

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11

3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Figura No 38. Tabla de suma para octales

Ejemplos:

1. Resolver: $(25731)_8 + (32147)_8$

$$\begin{array}{r} 25731 \\ + 32147 \\ \hline 60100 \end{array}$$

$$(25731)_8 + (32147)_8 = (60100)_8$$

2. Resolver $(4327)_8 + (6714)_8$

$$\begin{array}{r} 4327 \\ + 6714 \\ \hline 13243 \end{array}$$

$$(4327)_8 + (6714)_8 = (13243)_8$$

3. Resolver: $(243,4)_8 + (444,32)_8$

$$\begin{array}{r} 243,4 \\ + 444,32 \\ \hline 707,72 \end{array}$$

$$(243,4)_8 + (444,32)_8 = (707,72)_8$$

4. Resolver: $(444,32)_8 + (543,44)_8$

$$\begin{array}{r} 444,32 \\ + 543,44 \\ \hline 1207,76 \end{array}$$

$$(444,32)_8 + (543,44)_8 = (1207,76)_8$$

5. Resolver: $(32147)_8 + (243,4)_8$

$$\begin{array}{r} 32147 \\ + 243,4 \\ \hline 32412,4_8 \end{array}$$

$$(32147)_8 + (243,4)_8 = (32412,4)_8$$

6. Resolver: $(243,4)_8 + (543,44)_8$

$$\begin{array}{r} 243,4 \\ + 543,44 \\ \hline 1007,04_8 \end{array}$$

$$(243,4)_8 + (543,44)_8 = (1007,04)_8$$

3.1.4.3.2.2. *Sustracción o resta*

La técnica es la misma explicada en la resta binaria o base dos. Se consigue el complemento a la base, en este caso el complemento a ocho. Para hacerlo primero se consigue el complemento a la base menos uno, es decir, el complemento a siete. Este consiste en buscar dígito a dígito el complemento a siete (lo que le hace falta al número para llegar a siete). Al complemento a la base se le suma uno en su última unidad y se obtiene el complemento a ocho.

La resta se realiza sacando el complemento a ocho del sustraendo y sumando tal resultado al minuendo, los criterios para asumir el signo del número son los mismos que en la resta binaria. Si hay acarreo el número es positivo y se desecha tal carry; de lo contrario es negativo. Si se quiere saber el valor de tal número negativo se debe obtener el complemento a la base del número y ese será el resultado con signo negativo.

Ejemplos:

1. Resolver: $(32147)_8 - (25731)_8$

	Sustraendo	25731	
	Complemento a siete	52046	
		1	
	Complemento a ocho	52047	

32147	
52047	
104216 ₈	
=4216₈	

Carry

Como hay acarreo se suprime y el resultado es:

$$(32147)_8 - (25731)_8 = (4216)_8$$

2. Resolver: $(4327)_8 - (6714)_8$

Sustraendo	<u>6714</u>	4327	<u>5413</u>	Resultado en comp. a 8
Complemento a 7	1063	<u>1064</u>	2364	Complemento a 7
	<u>1</u>	5413 ₈	1	Complemento a 8
Complemento a 8	1064		2365 ₈	Resultado negativo

No acarreo

No hay acarreo, luego el número es un complemento a la base de un número negativo, para hallar su valor se saca el complemento a la base

$$(4327)_8 - (6714)_8 = -(1265)_8$$

3. Resolver: $(444,32)_8 - (243,4)_8$

Sustraendo	<u>243,4</u>	444,32	
Complemento a 7	534,3	<u>534,3</u>	
	1	1200,62 ₈	
Complemento a 8	534,4	=200,62 ₈	

Carry

Como hay acarreo se suprime y el resultado es:

$$(444,32)_8 - (243,4)_8 = (200,62)_8$$

4. Resolver: $(479,75)_8 - (543,3)_8$

Sustraendo	<u>543,3</u>	479,75	736,45	Resultado en c a 8
Complemento a 7	234,4	<u>234,5</u>	41,32	Complemento a 7
	1	736,45 ₈	1	
Complemento a 8	234,5		41,33 ₈	Resultado negativo

No hay acarreo, luego el número es un complemento a la base de un número negativo, para hallar su valor se saca el complemento a la base

$$(479,75)_8 - (543,3)_8 = -(41,33)_8$$

5. Resolver: $(543,44)_8 - (444,32)_8$

Sustraendo	444,32	543,44
Complemento a 7	333,45	333,46
	1	1077,12
Complemento a 8	333,46	=77,12 ₈

Carry

Como hay acarreo se suprime y el resultado es:

$$(543,44)_8 - (444,32)_8 = (77,12)_8$$

6. Resolver: $(243,3)_8 - (444,32)_8$

Sustraendo	444,32	243,30	576,76	Resultado en comp. A 8
Complemento a 7	333,45	333,46	201,01	Complemento a 7
	1	576,76 ₈	1	
Complemento a 8	333,46		201,02 ₈	Resultado negativo

No hay acarreo, luego el número es un complemento a la base de un número negativo, para hallar su valor se saca el complemento a la base

$$(243,3)_8 - (444,32)_8 = -(201,02)_8$$

3.1.4.3.2.3. Multiplicación

Una tabla de multiplicación para principiantes en el sistema octal es la mostrada en la figura No 32

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Figura No 39. Tabla de multiplicación octal

Ejemplos:

1. Resolver: $(213)_8 * (423)_8$

$$\begin{array}{r}
 213 \\
 \times 423 \\
 \hline
 1641 \\
 1426 \\
 1054 \\
 \hline
 112521_8
 \end{array}$$

$(213)_8 * (423)_8 = (112521)_8$

2. Resolver $(340,2)_8 * (21,21)_8$

$$\begin{array}{r}
 340,2 \\
 \times 21,21 \\
 \hline
 3402 \\
 7004 \\
 3402 \\
 7004 \\
 \hline
 7437,642
 \end{array}$$

$(340,2)_8 * (21,21)_8 = (7437,642)_8$

3. Resolver: $(712,32)_8 * (30,5)_8$

$$\begin{array}{r}
 712,32 \\
 \times 30,5 \\
 \hline
 436402 \\
 2537160 \\
 \hline
 26030,202
 \end{array}$$

$(712,32)_8 * (30,5)_8 = (26030,202)_8$

4. Resolver: $(210,41)_8 * (140,33)_8$

$$\begin{array}{r}
 210,41 \\
 \times 140,33 \\
 \hline
 63143 \\
 63143 \\
 1042040 \\
 21041 \\
 \hline
 31553,0573_8
 \end{array}$$

$$(210,41)_8 * (140,33)_8 = (31553,0573)_8$$

5. Resolver: $(331,311)_8 * (440,401)_8$

$$\begin{array}{r}
 331,311 \\
 440,401 \\
 \hline
 331311 \\
 15454440 \\
 15454440 \\
 \hline
 1545444 \\
 \hline
 17377,20171_8
 \end{array}$$

$$(331,311)_8 * (440,401)_8 = (17377,201711)_8$$

6. Resolver: $(1010,31)_8 * (30,51)_8$

$$\begin{array}{r}
 1010,31 \\
 30,51 \\
 \hline
 101031 \\
 505175 \\
 \hline
 3031130 \\
 \hline
 31026,6001_8
 \end{array}$$

$$(1010,31)_8 * (30,51)_8 = (31026,6001)_8$$

3.1.4.3.2.4. División

Se procede exactamente igual a al base dos.

- Se toma el mismo número de cifras en el dividendo que las que tiene el divisor, si no cabe ninguna vez se toma una más.
- Se establece cuanto falta para alcanzar el número y se baja la siguiente cifra, se repite la interacción, tanto como se requiera.
- Para restar se aplica el complemento a la base
- Los decimales se manejan como en la base diez.

Ejemplos:

1. Resolver $(4030)_8 / (7)_8$

$\begin{array}{r} 4030 \\ 44 \\ \hline 1043 \\ 35 \\ \hline 1000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 450 \end{array}$	$(7)_8 \times (4)_8 = (34)_8$ $(7)_8 \times (5)_8 = (43)_8$	$\begin{array}{r} 34 \quad 43 \\ 43 \quad 34 \\ 1 \quad 1 \\ \hline 44 \quad 35 \end{array}$	Sustraendo Complemento a 7 Resultado en c a 8
---	--	--	--	---

$$(4030)_8 / (7)_8 = (450)_8$$

Cada vez que se debe restar, tal operación se realiza sacando el complemento a la base del sustraendo.

2. Resolver $(40,3)_8 / (7)_8$

$\begin{array}{r} 403 \\ 440 \\ \hline 10430 \\ 350 \\ \hline 1000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 70 \\ \hline 4,5 \end{array}$	$(7)_8 \times (4)_8 = (340)_8$ $(7)_8 \times (5)_8 = (430)_8$	$\begin{array}{r} 340 \quad 430 \\ 437 \quad 347 \\ 1 \quad 1 \\ \hline 440 \quad 350 \end{array}$	Sustraendo Complemento a 7 Resultado en c a 8
---	---	--	--	---

Se agregan tantos ceros al divisor como lugares haya después de la coma en el dividendo, corriendo los lugares necesarios.

$$(40,3)_8 / (7)_8 = (4,5)_8$$

3. Resolver $(403)_8 / (0,7)_8$

$\begin{array}{r} 4030 \\ 44 \\ \hline 1043 \\ 35 \\ \hline 1000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 450 \end{array}$	$(7)_8 \times (4)_8 = (34)_8$ $(7)_8 \times (5)_8 = (43)_8$	$\begin{array}{r} 34 \quad 43 \\ 43 \quad 34 \\ 1 \quad 1 \\ \hline 44 \quad 35 \end{array}$	Sustraendo Complemento a 7 Resultado en c a 8
---	--	--	--	---

Se agregan tantos ceros al dividendo como lugares haya después de la coma en el divisor, corriendo los lugares necesarios.

$$(403)_8 / (0,7)_8 = (450)_8$$

4. Resolver $(4,03)_8 / (0,7)_8$

$\begin{array}{r} 403 \\ 440 \\ \hline 10430 \\ 350 \\ \hline 1000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 70 \\ \hline 4,5 \end{array}$	$(70)_8 \times (4)_8 = (340)_8$ $(70)_8 \times (5)_8 = (430)_8$	$\begin{array}{r} 340 \ 430 \\ 437 \ 347 \\ \hline 1 \ 1 \\ \hline 440 \ 350 \end{array}$	Sustraendo Complemento a 7 Resultado en c a 8
---	---	--	---	---

Se corre la coma tanto en dividendo como en divisor los lugares necesarios, si sobran corrimientos se ponen ceros en el correspondiente, en este caso uno en el divisor.

$$(4,03)_8 / (0,7)_8 = (4,5)_8$$

5. Resolver: $(23464)_8 / (44)_8$

$\begin{array}{r} 23464 \\ 560 \\ \hline 10146 \\ 670 \\ \hline 10364 \\ 450 \\ \hline 10340 \\ 450 \\ \hline 10100 \\ 734 \\ \hline 10340 \\ 450 \\ \hline 1010 \end{array}$	$\begin{array}{r} 44 \\ \hline 426,616 \end{array}$	$(44)_8 \times (4)_8 = (220)_8$ $(44)_8 \times (2)_8 = (110)_8$ $(44)_8 \times (6)_8 = (330)_8$	$\begin{array}{r} 220 \ 110 \\ 557 \ 667 \\ \hline 1 \ 1 \\ \hline 560 \ 670 \end{array}$	$\begin{array}{r} 330 \ 044 \\ 447 \ 733 \\ \hline 1 \ 1 \\ \hline 450 \ 734 \end{array}$
---	---	---	---	---

$$(23464)_8 / (44)_8 = (426,616)_8$$

3.1.4.3.3. Operaciones Lógicas

Las operaciones lógicas del sistema octal son las mismas del sistema decimal, es decir; las operaciones entre conjunto: La unión, la intersección, el complemento y la diferencia. Siendo las relaciones la pertenencia y la contención. Tales conceptos de la teoría de conjuntos se relacionan en forma indirecta en la sección de lógica digital.²

3.1.4.3.4. Carácter posicional del sistema LSB Y MSB.

² Se recomienda ver la página: <http://www.sectormatematica.cl/apuntes.htm>, Item titulado "Conjuntos numéricos"

El sistema octal también responde a las características de los sistemas posicionales, según su posición la cifra tendrá un valor. El de la derecha será el menos significativo(LSB) y el de la izquierda el más significativo.

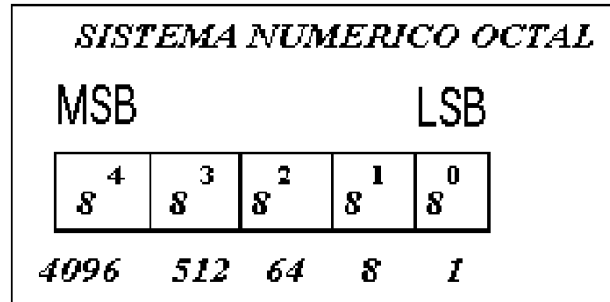


Figura No 40. Representación posicional del sistema octal

En la figura número 40 se muestran el valor o peso de los primeros 5 lugares o posiciones binarios, (según la ecuación No 1)

En la figura No 41 se presenta el valor de cada uno de los dígitos del número octal $(4203)_8$. Esta es la base para la conversión a base diez, usando la ecuación uno.

CONVERSION DE OCTAL A DECIMAL

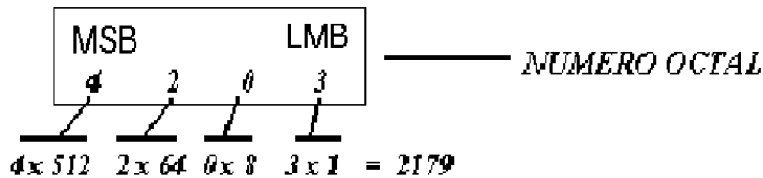


Figura No 41. Valor de cada dígito del octal $(4203)_8$

3.1.4.4. Sistema hexadecimal

3.1.4.4.1. Definición. El sistema de numeración hexadecimal es el conjunto de elementos formado por los números del 0 al 9 y las letras A, B, C, D, E y F, siendo este último el de mayor valor (representando el 15 decimal) y el de menor valor el 0, el conteo se hace en la secuencia de 0 a F. En el se desarrollan las operaciones aritméticas suma, resta, multiplicación y lógicas (Unión, intersección y complemento; y además, sus propias relaciones (pertenencia, contención, orden) que por intermedio de reglas propias permite establecer el papel de tales relaciones y operaciones entre sus dieciséis elementos.

Ejemplo: 123, A23F, 223FF y F4. Los números de este tipo se destacan mediante el subíndice 16 o una H.

Ejemplo: $(4)_{16}$, $(FAC)_{16}$, $(1C2D)_H$, $(6458)_H$, etc. Son todos números decimales.

3.1.4.4.2. Operaciones Aritméticas.

Las operaciones aritméticas son las mismas de cualquier otro sistema. A continuación se relacionan ejemplos de sumas, restas, productos y divisiones en tal base.

3.1.4.4.2.1. Suma:

La tabla de la figura 42 contribuye a desarrollar tal operación.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

Figura No 42. Tabla de suma en el sistema numérico hexadecimal

Ejemplos:

1. Resolver: $(7AB,CD)_{16} + (AA,33)_{16}$

$$\begin{array}{r} 7AB,CD \\ AA,33 \\ \hline 856,00_{16} \end{array}$$

$$(7AB,CD)_{16} + (AA,33)_{16} = (856)_{16}$$

2. Resolver: $(4479F, A)_{16} + (A139, 1)_{16}$

$$\begin{array}{r} 4479F, A \\ A139, 1 \\ \hline 4E8D, B_{16} \end{array}$$

$$(4479F, A)_{16} + (A139, 1)_{16} = (4E8D, B)_{16}$$

3. Resolver: $(ABCDE)_{16} + (1234A)_{16}$

$$\begin{array}{r} ABCDE \\ 1234A \\ \hline BE028_{16} \end{array}$$

$$(ABCDE)_{16} + (1234A)_{16} = (BE028)_{16}$$

4. Resolver: $(A60F, C3D)_{16} + (B41A, B79)_{16}$

$$\begin{array}{r} A60F, C3D \\ B41A, B79 \\ \hline 15A2A, DB6_{16} \end{array}$$

$$(A60F, C3D)_{16} + (B41A, B79)_{16} = (15A2A, DB6)_{16}$$

5. Resolver: $(44D9, 3) + (F1DA, 5)_{16}$

$$\begin{array}{r} 44D9, 3 \\ F1DA, 5 \\ \hline 13653, 8_{16} \end{array}$$

$$(44D9, 3) + (F1DA, 5)_{16} = (13653, 8)_{16}$$

6. Resolver: $(EAA3, 312)_{16} + (EFA, 299)_{16}$

$$\begin{array}{r} EAA3, 312 \\ EFA, 299 \\ \hline F99D, 5AB_{16} \end{array}$$

$$(EAA3, 312)_{16} + (EFA, 299)_{16} = (F99D, 5AB)_{16}$$

3.1.4.4.2. *Sustracción*

Se realiza con el mismo criterio de los sistemas anteriores. La resta es una suma de los complementos a la base del minuendo y el sustraendo. Donde este último es un número negativo.

Para obtener el complemento a la base o complemento a 16, se obtiene primero el complemento a 15 y se suma al último dígito un 1.

Cuando hay acarreo el número es positivo, cuando no, el número es negativo y se le debe encontrar su valor estableciendo el complemento a dos.

Ejemplos:

1. Resolver $(ABCDE)_{16} - (1234 A)_{16}$

Sustraendo	1234 A	ABCDE
Complemento a 15	EDCB5	EDCB6
	1	199 9 94 ₁₆
Complemento a 16	EDCB6	=99994 ₁₆

Acarreo

Como hay acarreo se desecha y el resultado es positivo

$$(ABCDE)_{16} - (1234 A)_{16} = (99994)_{16}$$

2. Resolver: $(ACC,16)_{16} - (CEE,15)_{16}$

Sustraendo	CEE,15	ACC,16	DDE,01 ₁₆	Resultado en C a 16
Complemento a 15	31 1,EA	3 1 1,EB	2 21,FE	Complemento a 15
	1	DDE,01 ₁₆	1	
Complemento a 16	31 1,EB		221,FF ₁₆	Resultado negativo

Como no hay acarreo se obtiene el número negativo sacando el complemento a la base(a 16)

$$(ACC,16)_{16} - (CEE,15)_{16} = (221, FF)_{16}$$

3. Resolver: $(125,AB)_{16} - (AC9,DE)_{16}$

Sustraendo	AC9,DE	125,AB	65B,CD ₁₆	Resultado en C a 16
Complemento a 15	5 36,2 1	536,22	9A4,32	Complemento a 15
	1	65B,CD ₁₆	1	
Complemento a 16	536, 2 2		9A4,33 ₁₆	Resultado negativo

Como no hay acarreo se obtiene el número negativo sacando el complemento a la base(a 16)

$$(125,AB)_{16} - (AC9,DE)_{16} = (9^a4, 33)_{16}$$

4. Resolver: $(EAA3,312)_{16} - (841A,B79)_{16}$

Sustraendo	841A,B79	
Complemento a 15	7BE5,486	
	1	
Acarreo	16	7BE5,487 ₁₆

EAA3,312	
7BE5,487 ₁₆	
16688,799 ₁₆	
=6688,799 ₁₆	

Hay acarreo se desecha y el resultado es positivo

$$(EAA3,312)_{16} - (841A,B79)_{16} = (6688,799)_{16}$$

5. Resolver: $(F1DA,5)_{16} - (4479,3)_{16}$

Sustraendo	4 479,3	
Complemento a 15	BB86,C	
	1	
Acarreo	16	BB86,D

F1DA,5	
BB86,D	
1AD61,2	
=AD61,2 ₁₆	

Hay acarreo se desecha y el resultado es positivo

$$(F1DA,5)_{16} - (4479,3)_{16} = (AD61,2)_{16}$$

6. Resolver: $(3FA,299)_{16} - (A60F,C3D)_{16}$

Sustraendo	A60F,C3D	3FA,2 99	5DEA,65C	Resultado en C a 16
Complemento a 15	59F0,3C2	59F0,3C3	A215,9A3	Complemento a 15
	1	5DEA,65C ₁₆	1	
Complemento a 16	59F0,3C3		A215,9A4 ₁₆	Resultado negativo

No hay acarreo se obtiene el número negativo sacando el complemento a la base(a 16)

$$(3FA,299)_{16} - (A60F,C3D)_{16} = (A215,9A4)_{16}$$

3.1.4.4.2.3. Producto o multiplicación

Una tabla de multiplicación en base hexadecimal es la que se presenta a continuación en la figura No 43. Con ella se puede apoyar el lector para realizar los ejemplos planteados.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E

3	0	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	0	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	0	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

Figura No 43. Tabla de multiplicación hexadecimal

Ejemplos:

1. Resolver: $(B60A)_{16} * (CEF)_{16}$

$$\begin{array}{r}
 B \ 6 \ 0 \ A \\
 \ C \ E \ F \\
 \hline
 A \ A \ A \ 9 \ 6 \\
 9 \ F \ 4 \ 8 \ C \\
 8 \ 8 \ 8 \ 7 \ 8 \\
 \hline
 9 \ 3 \ 2 \ 6 \ B \ 5 \ 6_{16}
 \end{array}$$

$(B60A)_{16} * (CEF)_{16} = (9326b56)_{16}$

2. Resolver: $(321)_{16} * (10F)_{16}$

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \hline
 2 \ D \ E \ F \\
 3 \ 2 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 3 \ 4 \ E \ E \ F_{16}
 \end{array}$$

$(321)_{16} * (10F)_{16} = (34EEF)_{16}$

3. Resolver: $(27,E)_{16} * (E,81)_{16}$

$$\begin{array}{r}
 2 \ 7 \ ,E \\
 \\
 \hline
 E \ ,8 \ 1 \\
 \hline
 2 \ 7 \ E \\
 1 \ 3 \ F \ 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \ 2 \ E \ 4 \\ \hline 2 \ 4 \ 2 \ ,5 \ 7 \ E_{16} \end{array}$$

$(27, E)_{16} * (E, 81)_{16} = (242, 57)_{16}$

4. Resolver: $(52, 6)_{16} * (1A)_{16}$

$$\begin{array}{r} 5 \ 2 \ ,6 \\ 1 \ A \\ \hline 3 \ 3 \ 7 \ C \\ 5 \ 2 \ 6 \\ \hline 8 \ 5 \ D \ ,C_{16} \end{array}$$

$(52, 6)_{16} * (1A)_{16} = (85D, C)_{16}$

5. Resolver: $(4D)_{16} * (42)_{16}$

$$\begin{array}{r} 4 \ D \\ 4 \ 2 \\ \hline 9 \ A \\ 1 \ 3 \ 4 \\ \hline 1 \ 3 \ D \ A_{16} \end{array}$$

$(4D)_{16} * (42)_{16} = (13DA)_{16}$

6. Resolver: $(7E8)_{16} * (2D)_{16}$

$$\begin{array}{r} 7 \ E \ 8 \\ 2 \ D \\ \hline 6 \ 6 \ C \ 8 \\ F \ D \ 0 \\ \hline 1 \ 6 \ 3 \ C \ 8_{16} \end{array}$$

$(7E8)_{16} * (2D)_{16} = (163C8)_{16}$

3.1.4.4.2.4. División

Ejemplos:

1. Resolver: $(27FCA)_{16} / (3E)_{16}$

Una solución normal es:

Dividendo

$$\begin{array}{r}
 27FCA \mid 3E \\
 \underline{26C} \quad \quad \quad A51 \\
 13C \\
 \underline{136} \\
 6A \\
 \underline{3E} \\
 2C
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{Divisor} \\
 \text{Cociente} \\
 \\
 \\
 \\
 \text{Residuo}
 \end{array}$$

Haciendo uso de la resta con complemento se obtiene el mismo resultado

$ \begin{array}{r} 27FCA \mid 3E \\ \underline{D94} \quad A51, B \\ F13C \\ \underline{ECA} \\ 1006A \\ \underline{C2} \\ 12C0 \\ \underline{D56} \\ 1016 \end{array} $	$(3E)_{16} \times (A)_{16} = (26C)_{16}$ $(3E)_{16} \times (5)_{16} = (136)_{16}$ $(3E)_{16} \times (B)_{16} = (2AA)_{16}$	<table border="0"> <tr> <td>26C</td> <td>136</td> <td>3E</td> <td>2AA</td> <td>Sustraendo</td> </tr> <tr> <td>D93</td> <td>EC9</td> <td>C1</td> <td>D55</td> <td>Complemento a 7</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>FD94</td> <td>ECA</td> <td>C2</td> <td>D56</td> <td>Resultado en c a 8</td> </tr> </table>	26C	136	3E	2AA	Sustraendo	D93	EC9	C1	D55	Complemento a 7	1	1	1	1		FD94	ECA	C2	D56	Resultado en c a 8
26C	136	3E	2AA	Sustraendo																		
D93	EC9	C1	D55	Complemento a 7																		
1	1	1	1																			
FD94	ECA	C2	D56	Resultado en c a 8																		

Se puede continuar con más decimales.

$$(27FCA)_{16} / (3E)_{16} = (A51, B)_{16}$$

2. Resolver: $(27FC, A)_{16} / (3E)_{16}$

$ \begin{array}{r} 27FCA \mid 3E0 \\ \underline{D940} \quad A5,1B \\ F13CA \\ \underline{ECA0} \\ 1006A0 \\ \underline{C20} \\ 12C00 \\ \underline{D560} \\ 10160 \end{array} $	$(3E0)_{16} \times (A)_{16} = (26C0)_{16}$ $(3E0)_{16} \times (5)_{16} = (1360)_{16}$ $(3E0)_{16} \times (B)_{16} = (2AA0)_{16}$	<table border="0"> <tr> <td>26C0</td> <td>1360</td> <td>3E0</td> <td>2AA0</td> <td>Sustraendo</td> </tr> <tr> <td>D93F</td> <td>EC9F</td> <td>C1F</td> <td>D55F</td> <td>Complemento a 7</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>FD940</td> <td>ECA0</td> <td>C20</td> <td>D560</td> <td>Resultado en c a 8</td> </tr> </table>	26C0	1360	3E0	2AA0	Sustraendo	D93F	EC9F	C1F	D55F	Complemento a 7	1	1	1	1		FD940	ECA0	C20	D560	Resultado en c a 8
26C0	1360	3E0	2AA0	Sustraendo																		
D93F	EC9F	C1F	D55F	Complemento a 7																		
1	1	1	1																			
FD940	ECA0	C20	D560	Resultado en c a 8																		

$$(27FC, A)_{16} / (3E)_{16} = (A5, 1B)_{16}$$

3. Resolver: $(27FCA)_{16} / (3, E)_{16}$

$ \begin{array}{r} 27FCA0 \mid 3E \\ \underline{D94} \quad A51B,5 \\ F13C \\ \underline{ECA0} \\ 1006A0 \\ \underline{C20} \\ 12C00 \\ \underline{D560} \\ 10160 \end{array} $	$(3E)_{16} \times (A)_{16} = (26C)_{16}$ $(3E)_{16} \times (5)_{16} = (136)_{16}$ $(3E)_{16} \times (B)_{16} =$	<table border="0"> <tr> <td>26C</td> <td>136</td> <td>3E</td> <td>2AA</td> <td>Sustraendo</td> </tr> <tr> <td>D93</td> <td>EC9</td> <td>C1</td> <td>D55</td> <td>Complemento a 7</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td></td> </tr> </table>	26C	136	3E	2AA	Sustraendo	D93	EC9	C1	D55	Complemento a 7	1	1	1	1	
26C	136	3E	2AA	Sustraendo													
D93	EC9	C1	D55	Complemento a 7													
1	1	1	1														

ECA		(2AA) ₁₆		FD94 ECA	C2	D56	Resultado en c a 8
1 00 6 A							
C 2							
1 2 C0							
D 56							
1 0 160							
ECA							
1 02A							

$$(27FCA)_{16} / (3,E)_{16} = (A51B, 5)_{16}$$

3.1.4.4.3. Operaciones lógicas

Son las mismas del sistema octal y decimal con ifuales representaciones, y relaciones.

3.1.4.4.4. Carácter posicional del sistema

Igual que los sistemas numéricos anteriores el hexadecimal es de carácter posicional, es decir, según su posición la cifra tendrá un valor. El de la derecha será el menos significativo(LSB) y el de la izquierda el más significativo(MSB). En la figura se muestran cuatro cifras y su valor en decimal.

SISTEMA NUMERICO HEXADE CIMAL

MSB					LSB
3	2	1	0		
16	16	16	16		
4096	256	16	1		

Figura No 44. Representación posicional del sistema hexadecimal

3.1.5. TALLER UNO

1. Haga un cuadro sinóptico resumiendo los elementos fundamentales en la historia de los sistemas de numeración.
2. Con los siguientes números
 - $g = (1001, 101)_2$
 - $h = (11101, 101)_2$
 - $i = (10101, 111)_2$
 - $j = (1001)_2$
 - $k = (111001, 1101)_2$
 - $l = (11001, 11)_2$

$$m = (1,11101)_2$$

$$n = (101,101)_2$$

Resolver:

a) $g + h$

b) $g + k$

c) $l + n$

d) $n + j$

e) $g - j$

f) $i - g$

g) $i - k$

h) $k - i$

i) $l - j$

j) $j - n$

k) $n * m$

l) $l * i$

m) h/g

n) g/h

o) $i * (l + h)$

p) $(g+h)*(i+j) - (k-l)$

q) $(n - l)*(i - k) + (g + h)*(g*i - j)$

3. *Identifique en diagramas de Venn las operaciones lógicas del sistema binario, el octal y el hexadecimal.*
4. *¿Cómo son las relaciones en el sistema binario, en el octal y en el hexadecimal?*
5. *Con los siguientes números*

$$g = (401,3)_8$$

$$h = (651,101)_8$$

$$i = (267,111)_8$$

$$j = (5431)_8$$

$$k = (2214,221)_8$$

$$l = (11001,11)_8$$

$$m = (4,541)_8$$

$$n = (33,221)_8$$

Resolver:

a) $g + h$

b) $g + k$

c) $l + n$

d) $n + j$

e) $g - j$

f) $i - g$

g) $i - k$

h) $k - i$

i) $l - j$

j) $j - n$

k) $n * m$

l) $l * i$

- m) h/g
- n) g/h
- o) $i*(l + h)$
- p) $(g+h)*(i+j) - (k-l)$
- q) $(n - l)*(i - k) + (g + h)*(g*i - j)$

6. Con los siguientes números

$$g = (AB1, 1C1)_{16}$$

$$h = (1E31, 141)_{16}$$

$$i = (AF1, 71)_{16}$$

$$j = (34A1)_{16}$$

$$k = (111E, F1)_{16}$$

$$l = (1901, 11)_{16}$$

$$m = (1, EE)_{16}$$

$$n = (101, 9)_{16}$$

Resolver:

a) $g + h$

b) $g + k$

c) $l + n$

d) $n + j$

e) $g - j$

f) $i - g$

g) $i - k$

h) $k - i$

i) $l - j$

j) $j - n$

k) $n*m$

l) $l*i$

m) h/g

n) g/h

o) $i*(l + h)$

p) $(g+h)*(i+j) - (k-l)$

q) $(n - l)*(i - k) + (g + h)*(g*i - j)$

7. ¿Cómo se representan los números negativos en cada uno de los sistemas numéricos? Y

¿Cómo se opera con ellos?

8. Elabore un mapa conceptual de la sección

3.2. CONVERSIÓN ENTRE BASES

3.2.1. CONVERSIÓN A DECIMAL^{vii}

La clave para convertir cualquier número a su correspondiente decimal es hacer uso de la ecuación número uno (que en su nueva presentación será la ecuación No 2), así:

$$(N)_{10} = a_n * b^n + a_{n-1} * b^{n-1} + a_{n-2} * b^{n-2} + \dots + a_0 * b^0 + a_{-1} * b^{-1} + \dots + a_{-p} * b^{-p} \quad \text{Ecuación 2.}$$

Siendo:

- N** el número decimal,
- a_i** el número relativo que ocupa la posición i-esima
- n** número de dígitos de la parte entera (menos uno)
- p** número de dígitos de la parte fraccionaria.
- b** Base del sistema

Para convertir un número de una base *b* a decimal cada dígito se multiplica por su peso y luego se suman los resultados parciales, que es lo que precisamente, expresa la ecuación No 2. Para mayor comprensión se pueden ver las figuras 37, 41 y 44 que representan tal conversión.

A continuación se presenta una serie de ejemplos categorizados según la base (2, 8 o 16).

3.2.1.1. De binario a decimal

La ecuación No 2 queda con $b = 2$:

$$(N)_{10} = a_n * 2^n + a_{n-1} * 2^{n-1} + a_{n-2} * 2^{n-2} + \dots + a_0 * 2^0 + a_{-1} * 2^{-1} + \dots + a_{-p} * 2^{-p} \quad \text{Ecuación 3.}$$

Siendo:

- N** el número decimal,
- a_i** el número relativo que ocupa la posición i-esima
- n** número de dígitos de la parte entera (menos uno)
- p** número de dígitos de la parte fraccionaria.

Ejemplos:

Convertir a decimal cada uno de los números binarios siguientes:

1. $(101001)_2$

$$(N)_{10} = 1 * 2^5 + 0 * 2^4 + 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 32 + 0 + 8 + 0 + 0 + 1 = (41)_{10}$$

$$(101001)_2 = (41)_{10}$$

2. $(1010110,1)_2$

$$(N)_{10} = 1*2^6 + 0*2^5 + 1*2^4 + 0*2^3 + 1*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0 + 1*2^{-1} = 64 + 0 + 16 + 0 + 4 + 2 + 0 + 1/2 = (86,5)_{10}$$

$$(1010110,1)_2 = (86,5)_{10}$$

3. $(0,10101)_2$

$$(N)_{10} = 0*2^0 + 1*2^{-1} + 0*2^{-2} + 1*2^{-3} + 0*2^{-4} + 1*2^{-5} = 0 + 1/2 + 0 + 1/8 + 0 + 1/32 = (0,65625)_{10}$$

$$(0,10101)_2 = (0,65625)_{10}$$

4. $(101,001)_2$

$$(N)_{10} = 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 + 0*2^{-1} + 0*2^{-2} + 1*2^{-3} = 4 + 0 + 1 + 0 + 0 + 1/8 = (5,125)_{10}$$

$$(101,001)_2 = (5,125)_{10}$$

3.2.1.2. De octal a decimal

La ecuación No 2 queda con $b = 2$:

$$(N)_{10} = a_n*8^n + a_{n-1}*8^{n-1} + a_{n-2}*8^{n-2} + \dots + a_0*8^0 + a_{-1}*8^{-1} + \dots + a_{-p}*8^{-p} \quad \text{Ecuación 4.}$$

Siendo:

- N** el número decimal,
- a_i** el número relativo que ocupa la posición i-esima
- n** número de dígitos de la parte entera (menos uno)
- p** número de dígitos de la parte fraccionaria.

Ejemplos:

Convertir a decimal cada uno de los números octales siguientes:

1. $(45601)_8$

$$(N)_{10} = 4*8^4 + 5*8^3 + 6*8^2 + 0*8^1 + 1*8^0 = 4(4096) + 5(512) + 6(64) + 0(8) + 1(1) = (19329)_{10}$$

$$(45601)_8 = (19329)_{10}$$

2. $(45,601)_8$

$$(N)_{10} = 4 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 + 6 \cdot 8^{-1} + 0 \cdot 8^{-2} + 1 \cdot 8^{-3} = 4(8) + 5(1) + 6(1/8) + 0(1/64) + 1(1/512)$$

$$= (37, 751953125)_{10}$$

$$(45, 601)_8 = (37, 751953125)_{10}$$

3. $(4560,1)_8$

$$(N)_{10} = 4 \cdot 8^3 + 5 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 + 1 \cdot 8^{-1} = 4(512) + 5(64) + 6(8) + 0(1) + 1(1/8) = (2416,125)_{10}$$

$$(4560, 1)_8 = (2416,125)_{10}$$

4. $(0,45601)_8$

$$(N)_{10} = 0 \cdot 8^0 + 4 \cdot 8^{-1} + 5 \cdot 8^{-2} + 6 \cdot 8^{-3} + 0 \cdot 8^{-4} + 1 \cdot 8^{-5}$$

$$= 0(1) + 4(1/8) + 5(1/64) + 6(1/512) + 0(1/4096) + 1(1/32768) = (0,589874267578125)_{10}$$

$$(0, 45601)_8 = (0,589874267578125)_{10}$$

5. $4203_8 = 2179_{10}$

3.2.1.3. De hexadecimal a decimal

La ecuación No 2 queda con $b = 16$:

$$(N)_{10} = a_n \cdot 16^n + a_{n-1} \cdot 16^{n-1} + a_{n-2} \cdot 16^{n-2} + \dots + a_0 \cdot 16^0 + a_{-1} \cdot 16^{-1} + \dots + a_{-p} \cdot 16^{-p} \quad \text{Ecuación 4.}$$

Siendo:

- N** el número decimal,
- a_i** el número relativo que ocupa la posición i-esima
- n** número de dígitos de la parte entera (menos uno)
- p** número de dígitos de la parte fraccionaria.

Ejemplos:

Convertir a decimal cada uno de los números octales siguientes:

1. $(45601)_{16}$

$$(N)_{10} = 4 \cdot 16^4 + 5 \cdot 16^3 + 6 \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0$$

$$= 4(65536) + 5(4096) + 6(256) + 0(16) + 1(1) = (284161)_{10}$$

$$(45601)_{16} = (284161)_{10}$$

$$2. \quad (45,601)_{16}$$

$$(N)_{10} = 4 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0 + 6 \cdot 16^{-1} + 0 \cdot 16^{-2} + 1 \cdot 16^{-3} = 4(16) + 5(1) + 6(1/16) + 0(1/256) + 1(1/4096) \\ = (69, 375244140625)_{10}$$

$$(45, 601)_{16} = (69, 375244140625)_{10}$$

$$3. \quad (4560,1)_{16}$$

$$(N)_{10} = 4 \cdot 16^3 + 5 \cdot 16^2 + 6 \cdot 16^1 + 0 \cdot 16^0 + 1 \cdot 16^{-1} = 4(4096) + 5(256) + 6(16) + 0(1) + 1(1/16) \\ = (17760, 0625)_{10}$$

$$(4560, 1)_{16} = (17760, 0625)_{10}$$

$$4. \quad (0,45601)_{16}$$

$$(N)_{10} = 0 \cdot 16^0 + 4 \cdot 16^{-1} + 5 \cdot 16^{-2} + 6 \cdot 16^{-3} + 0 \cdot 16^{-4} + 1 \cdot 16^{-5} \\ = 0(1) + 4(1/16) + 5(1/256) + 6(1/4096) + 0(1/65536) + 1(1/1048576) \\ = (0,25146579742431640625)_{10}$$

$$(0, 45601)_{16} = (0,25146579742431640625)_{10}$$

$$5. \quad (D45,6A)_{16}$$

$$(N)_{10} = D \cdot 16^2 + 4 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0 + 6 \cdot 16^{-1} + A \cdot 16^{-2} \\ = 13(256) + 4 \cdot 16 + 5(1) + 6(1/16) + 10(1/256) \\ = (3397,41400625)_{10}$$

$$(D45,6A)_{16} = (3397,4140625)_{10}$$

3.2.2. DE DECIMAL A CUALQUIER OTRA BASE^{viii}

Para pasar de decimal a cualquier otra base se debe proceder así:

- 1- Separar la parte entera de la decimal
- 2- En la parte entera:
 - i. Se hacen divisiones sucesivas por la base marcando el residuo obtenido en cada división.
 - ii. Se marca el último cociente
 - iii. Se escribe el número de este cociente y los residuos a partir del último
- 3- En la parte decimal:
 - i. se multiplica por la base y la parte entera se escribe después de la coma.
 - ii. La parte decimal se vuelve a multiplicar por la base y se repite hasta que tal producto de un entero.

A continuación se relacionan ejemplos de cada base a decimal.

3.2.2.1. A binario

Ejemplos

Hallar el equivalente binario de cada número dado en base diez

1. $(41)_{10}$

		Base	Cociente	Residuo	
41	÷	2 =	20	1	LSB
20	÷	2 =	10	0	
10	÷	2 =	5	0	
5	÷	2 =	2	1	
2	÷	2 =	1	0	
1					LSM

$$(41)_{10} = (101001)_2$$

2. $(86,5)_{10}$

Parte entera

		base	Cociente	Residuo	
86	÷	2 =	43	0	LSB
43	÷	2 =	21	1	
21	÷	2 =	10	1	
10	÷	2 =	5	0	
5	÷	2 =	2	1	
2	÷	2 =	1	0	
1					LSM

1010110

Parte decimal:

		base	Entero	Decima
0,5	×	2 =	1	0

0,1

$$(86,5)_{10} = (1010110,1)_2$$

3. $(0,65625)_{10}$

		base	Entero	Decimal	
0,65625	x	2 =	1,	3125	
0,3125	x	2 =	0,	6250	
0,6250	x	2 =	1,	2510	
0,2500	x	2 =	0,	5000	
0,5000	x	2 =	1,	0040	LSB

$$(0,10101)_2 = (0,65625)_{10}$$

4. $(5,125)_2$

Parte entera

		base	Cociente	Residuo	
5	÷	2 =	2	1	LSB
2	÷	2 =	2	0	
1					LSM

101

Parte decimal

		base	Entero	Decimal	
0,125	x	2 =	0,	250	
0,250	x	2 =	0,	500	
0,500	x	2 =	1,	0	LSB

0,001

$$(5,125)_{10} = (101,001)_2$$

3.2.2.2. A octal

Ejemplos

Convertir de base decimal a su correspondiente en base octal cada uno de los números siguientes:

1. $(19329)_{10}$

		Base	Cociente	Residuo	
19329	÷	8 =	2416	1	LSB
2416	÷	8 =	302	0	
302	÷	8 =	37	6	
37	÷	8 =	4	5	
4					LSM

$(19329)_{10} = (45601)_8$

2. $(37, 751953125)_{10}$

Parte entera

		base	Cociente	Residuo	
37	÷	8 =	4	5	LSB
4					LSM

45

Parte decimal

		base	Entero	Decimal	
0,751953125	x	8 =	6,	07625	
0,015625	x	8 =	0,	125	
0,125	x	8 =	1,	0	LSB

0,601

$(37, 751953125)_{10} = (45, 601)_8$

3. $(2416,125)_{10}$

		Base	Cociente	Residuo	
19329	÷	8 =	2416	1	LSB
2416	÷	8 =	302	0	

$$(0,25146579742431640625)_{10} = (0,45601)_8$$

5. $(3397,4140625)_{10}$

Parte entera

		base	Cociente	Residuo	
3397	÷	16	= 212	5	LSB
212	÷	16	= 13	4	
13					LSM

D45

Parte decimal

		base	Entero	Decimal	
0,4140625	x	16	= 6,	625	
0,625	x	16	= 10,	0	LSB

6A

$$(3397,4140625)_{10} = (D45,6A)_{16}$$

3.2.3. CONVERSIÓN ENTRE BASES DIFERENTES A LA BASE DIEZ

Para hacer conversión entre bases distinta a la diez es posible a través de dos métodos:

- * El primero consiste en convertir el número a base diez y de allí llevarlo a la base solicitada.
- * El segundo consiste en tener en cuenta que:
 - o $2^3 = 8$, es decir que un octal se forma con tres dígitos binarios a partir del dígito entero menos significativo.
 - o $2^4 = 16$, es decir que un hexadecimal se forma con cuatro dígitos binarios a partir del dígito entero menos significativo

Por tanto en vez de llevar a base diez es más sencillo llevar a base dos con paquetes de unos y ceros, y de allí formando paquetes llevar a la base deseada. Ver tabla de la figura No 45

Ejemplos:

1. Convertir el binario $(10110001101011, 111100000110)_2$ en octal

Solución

Método uno

Se convierte el binario a decimal:

$$(N)_{10} = 1 \cdot 2^{13} + 0 \cdot 2^{12} + 1 \cdot 2^{11} + 1 \cdot 2^{10} + 0 \cdot 2^9 + 0 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} + 0 \cdot 2^{-5} + 0 \cdot 2^{-6} + 0 \cdot 2^{-7} + 0 \cdot 2^{-8} + 0 \cdot 2^{-9} + 1 \cdot 2^{-10} + 1 \cdot 2^{-11} + 0 \cdot 2^{-12}$$

$$(N)_{10} = (11371, 93896484375)_{10}$$

ahora se lleva a octal

Parte entera

		Base	Cociente	Residuo	
11371	÷	8 =	1421	3	LSB
1421	÷	8 =	177	5	
177	÷	8 =	22	1	
22	÷	8 =	2	6	
2					LSM

26153

Parte decimal

	base	Entero	Decimal	
0,93896484375	x 8 =	7	51171875	
0,51171875	x 8 =	4,	09375	
0,09375	x 8 =	0,	75	
0,75	x 8 =	6,	0	LSB

0,7406

$$(10110001101011, 111100000110)_2 = (26153, 7406)_8$$

Método dos

Con la ayuda de la tabla No 45 se arman paquetes de tres ya que 2^3 es 8, es de notar que los grupos se arman a partir del dígito binario entero menos significativo, así:

$$\begin{array}{cccccccc} 10 & 110 & 001 & 101 & 011, & 111 & 100 & 000 & 110 \\ 2 & 6 & 1 & 5 & 3, & 7 & 4 & 0 & 6 \end{array}$$

Se reemplaza el valor de cada paquete de tres y se obtiene el resultado.

$$(10110001101011, 111100000110)_2 = (26153, 7406)_8$$

DECIMAL	HEX.	OCTAL.	BINARIO.
0	0	0	0 0 0 0
1	1	1	0 0 0 1
2	2	2	0 0 1 0
3	3	3	0 0 1 1
4	4	4	0 1 0 0
5	5	5	0 1 0 1
6	6	6	0 1 1 0
7	7	7	0 1 1 1
8	8	10	1 0 0 0
9	9	11	1 0 0 1
10	A	12	1 0 1 0
11	B	13	1 0 1 1
12	C	14	1 1 0 0
13	D	15	1 1 0 1
14	E	16	1 1 1 0
15	F	17	1 1 1 1

Figura No 45. Representación binaria, octal y Hexadecimal de los 16 primeros números

2. Convertir el binario $(10110001101011, 111100000110)_2$ a hexadecimal

Solución

Método uno

Se convierte el binario a decimal:

$$(N)_{10} = 1 \cdot 2^{13} + 0 \cdot 2^{12} + 1 \cdot 2^{11} + 1 \cdot 2^{10} + 0 \cdot 2^9 + 0 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} + 0 \cdot 2^{-5} + 0 \cdot 2^{-6} + 0 \cdot 2^{-7} + 0 \cdot 2^{-8} + 0 \cdot 2^{-9} + 1 \cdot 2^{-10} + 1 \cdot 2^{-11} + 0 \cdot 2^{-12}$$

$$(N)_{10} = (11371, 93896484375)_{10}$$

ahora se lleva a hexadecimal

Parte entera

	Base	Cociente	Residuo	
11371 ÷	16 =	710	11	LSB
710 ÷	16 =	44	6	
44 ÷	16 =	2	12	

2C6B

Parte decimal

	Base	Entero	Decimal	
0,93896484375	x 16 =	15,	234375	
0,234375	x 16 =	0,	375	
0,375	x 16 =	6,	0	LSB

0,F06

$$(10110001101011, 111100000110)_2 = (2C6B, F06)_{16}$$

Método dos

Con la ayuda de la tabla No 45 se conforman paquetes de a cuatro dígitos ya que 2^4 es 16, así:

$$\begin{array}{cccccccc} 10 & 1100 & 0110 & 1011, & 1111 & 0000 & 0110 \\ & 2 & C & 6 & B, & F & 0 & 6 \end{array}$$

Se reemplaza el valor de cada paquete de cuatro dígitos binarios y se obtiene el resultado.

$$(10110001101011, 111100000110)_2 = (2C5B, F06)_{16}$$

3. Convertir el octal $(613,124)_8$ a binario

Solución:

Método uno

Se lleva el octal a decimal

$$\begin{aligned} (N)_{10} &= 6 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 + 1 \cdot 8^{-1} + 2 \cdot 8^{-2} + 4 \cdot 8^{-3} \\ &= (395,1640625)_{10} \end{aligned}$$

Este resultado se lleva a binario

Parte entera

	Base	Cociente	Residuo	
395 ÷	2 =	197	1	LSB
197 ÷	2 =	98	1	

98	÷	2 =	49	0
49	÷	2 =	24	1
24	÷	2 =	12	0
12	÷	2 =	6	0
6	÷	2 =	3	0
3	÷	2 =	1	1
1				

LSM

110001011

Parte decimal

	base	Entero	Decimal	
0,1640625	x 2 =	0,	328125	
0,328125	x 2 =	0,	65625	
0,65625	x 2 =	1,	3125	
0,3125	x 2 =	0,	625	
0,625	x 2 =	1,	25	
0,25	x 2 =	0,	5	
0,5	x 2 =	1,	0	LSB

0,0010101

$$(613,124)_8 = (110001011, 0010101)_2$$

Método dos

El número en octal se convierte a binario con grupos de a tres dígitos binarios por lo ya expresado anteriormente, así:

(6	1	3,	1	2	4) ₈
110	001	011,	001	010	100

$$(613,124)_8 = (110001011, 001010100)_2$$

4. Convertir el Hexadecimal (306,D)₁₆ a binario

Método uno

Solución:

Se lleva el hexadecimal a decimal

$$(N)_{10} = 3 \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + 6 \cdot 16^0 + 13 \cdot 16^{-1}$$

$$= (774, 8125)_{10}$$

Este resultado se lleva a binario

Parte entera

	Base	Cociente	Residuo	
774 ÷	2 =	387	0	LSB
387 ÷	2 =	193	1	
193 ÷	2 =	96	1	
96 ÷	2 =	48	0	
48 ÷	2 =	24	0	
24 ÷	2 =	12	0	
12 ÷	2 =	6	0	
6 ÷	2 =	3	0	
3 ÷	2 =	1	1	
1				LSM

1100000110

Parte decimal

	Base	Entero	Decimal	
0, 8125	x 2 =	1,	625	
0, 625	x 2 =	1,	25	
0,25	x 2 =	0,	5	
0, 5	x 2 =	1,	0	LSB

0,1101

$$(306, D)_{16} = (001100000110, 1101)_2$$

Método dos

El número en hexadecimal se convierte a binario con grupos de a cuatro dígitos binarios por lo ya expresado anteriormente, así:

$$\begin{array}{cccc} (3 & 0 & 6, & D)_8 \\ 0011 & 0000 & 0110, & 1101 \end{array}$$

$$(306, D)_{16} = (001100000110, 1101)_2$$

5. Convertir el Octal $(701)_8$ en hexadecimal

Solución:

Método uno

Se lleva el octal a decimal

$$\begin{aligned}(N)_{10} &= 7 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 \\ &= (449)_{10}\end{aligned}$$

Este resultado se lleva a hexadecimal

	Base	Cociente	Residuo	
449 ÷	16 =	28	1	LSB
28 ÷	16 =	1	12	
1				LSM

$$(701)_8 = (1C1)_{16}$$

Método dos

El número en octal se convierte a binario con grupos de a tres dígitos binarios por lo ya expresado anteriormente, así:

$$\begin{array}{ccc}(7 & 0 & 1)_8 \\ (111 & 000 & 001)_2\end{array}$$

Estando en binario se conforman grupos de a cuatro para pasar a hexadecimal a partir del dígito menos significativo:

$$\begin{array}{ccc}(0001 & 1100 & 0001)_2 \\ 1 & C & 1\end{array}$$

$$(701)_8 = (1C1)_{16}$$

6. Convertir el hexadecimal (36D)₁₆ en octal

Solución:

Método uno

Se lleva el hexadecimal a decimal

$$\begin{aligned}(N)_{10} &= 3 \cdot 16^2 + 6 \cdot 16^1 + 13 \cdot 16^0 \\ &= (877)_{10}\end{aligned}$$

Este resultado se lleva a octal

	Base	Cociente	Residuo	
877 ÷	8 =	109	5	LSB
109 ÷	8 =	13	5	
13 ÷	8 =	1	5	
1				LSM

$$(36D)_{16} = (1555)_8$$

Método dos

El número en hexadecimal se convierte a binario con grupos de a cuatro dígitos binarios por lo ya expresado anteriormente, así:

$$\begin{array}{ccc} (3 & 6 & D)_{16} \\ (0011 & 0110 & 1101)_2 \end{array}$$

Estando en binario se conforman grupos de a tres para pasar a octal a partir del dígito menos significativo:

$$\begin{array}{cccc} (001 & 101 & 101 & 101)_2 \\ 1 & 5 & 5 & 5 \end{array}$$

$$(36D)_{16} = (1555)_8$$

7. Convertir $(234, 623)_8$ a hexadecimal

Solución:

Método uno

Se lleva el octal a decimal

$$\begin{aligned}(N)_{10} &= 2 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 + 6 \cdot 8^{-1} + 2 \cdot 8^{-2} + 3 \cdot 8^{-3} \\ &= (156, 787109375)_{10}\end{aligned}$$

Este resultado se lleva a hexadecimal

Parte entera

Base Cociente Residuo

$$156 \div 16 = 9 \text{ } 12 \text{ } \begin{matrix} \text{LSB} \\ \text{LSM} \end{matrix}$$

9C

Parte decimal

	Base	Entero	Decimal	
0,787109375	x 16 =	12,	59375	
0,59375	x 16 =	9,	5	
0,5	x 16 =	8,	0	LSB

0, C98

$$(234, 623)_8 = (9C, C98)_{16}$$

Método dos

El número en octal se convierte a binario con grupos de a tres dígitos binarios por lo ya expresado anteriormente, así:

$$\begin{matrix} (2 & 3 & 4, & 6 & 2 & 3)_8 \\ (010 & 011 & 100, & 110 & 010 & 011)_2 \end{matrix}$$

Estando en binario se conforman grupos de a cuatro para pasar a hexadecimal a partir del dígito menos significativo:

$$\begin{matrix} (000 & 1001 & 1100, & 1100 & 1001 & 1000)_2 \\ (0 & 9 & C, & C & 9 & 8)_{16} \end{matrix}$$

$$(234, 623)_8 = (9C, C98)_{16}$$

3.2.4. TALLER DOS

1. Convierta los siguiente números a decimal

- $(1001, 101)_2$
- $(11101, 101)_2$
- $(10101, 111)_2$
- $(1001)_2$
- $(111001, 1101)_2$
- $(11001, 11)_2$
- $(1, 11101)_2$
- $(101, 101)_2$

- i. $(401,3)_8$
- j. $(651,101)_8$
- k. $(267,111)_8$
- l. $(5431)_8$
- m. $(2214,221)_8$
- n. $(11001,11)_8$
- o. $(4,541)_8$
- p. $(33,221)_8$
- q. $(AB1,1C1)_{16}$
- r. $(1E31,141)_{16}$
- s. $(AF1,71)_{16}$
- t. $(34A1)_{16}$
- u. $(111E,F1)_{16}$
- v. $(1901,11)_{16}$
- w. $(1,EE)_{16}$
- x. $(101,9)_{16}$

2. *Convierta los resultados anteriores (números decimales) a cada una de las otras tres bases (binario, octal y hexadecimal)*
3. *La Primera expedición a Marte encontró solo las ruinas de una civilización. De los artefactos encontrados se dedujo que fueron seres con cuatro piernas con un tentáculo saliente en uno de los dedos. Después de mucho los exploradores encontraron la siguiente ecuación $x^2 + Ax + 15 = 0$ con soluciones -4 y -6 . Luego los exploradores reflexionaron sobre la forma en que se desarrolló el sistema numérico en la tierra y encontraron que el sistema marciano tenía una historia similar. ¿Cuántos dedos tenían los marcianos?*

3.3. ARITMÉTICA ENTRE DIFERENTES BASES

Para hacer operaciones aritméticas entre números de bases diferentes, se debe necesariamente pasar todos los números a la misma base y operar. Lo más sensato es trabajar en base diez por ser la más conocida, pero también es válido trabajar en cualquier otra. Es claro que la más engorrosa es la base dos, pues las expresiones binarias tendrán un excesivo número de dígitos.

3.3.1. EJEMPLOS BÁSICOS

Ejemplos:

1. Resolver: $(23, 6)_8 + (A2)_{16}$

Solución:

Lo más conveniente es pasar el octal a hexadecimal y hacer la suma en tal sistema.

$$\begin{array}{ccc} (2 & 3, & 6)_8 \\ (010 & 011, & 110)_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} (0001 & 0011, & 1100)_2 \\ (1 & 3, & C)_{16} \end{array}$$

La suma queda:

$$(23, 6)_8 + (A2)_{16} = (13, C)_{16} + (A2)_{16} = (15, C)_{16}$$

2. Resolver: $(23, 6)_8 * (A2)_{16}$

Solución:

Con el mismo criterio anterior la solución más viable es convertir a base hexadecimal y operar, luego queda el producto:

$$(23, 6)_8 * (A2)_{16} = (13, C)_{16} * (A2)_{16}$$

$$\begin{array}{r} 13C \\ A2 \\ \hline 278 \\ C58 \\ \hline C7F8_{16} \end{array}$$

$$(23, 6)_8 * (A2)_{16} = (C7F, 8)_{16}$$

3. Resolver: $(23, 6)_8 / (A2)_{16}$

Solución:

Igual que el anterior se debe pasar a una base común, esta vez se hará en base ocho

$$\begin{array}{l} (A)_{16} \\ Conversion a binario en paquetes de cuatro (1010)_2 \\ Conversion a octal en paquetes de tres (010)_2 \\ (2)_8 \end{array}$$

La operación queda: $(23, 6)_8 / (242)_8$

23600	2420	(2420) ₈ x(7) ₈ = (21560) ₈	21560	17140	Sustraendo
56220	00763	(2420) ₈ x(6) ₈ = (17140) ₈	56217	60637	Complemento a 7
1020200		(2420) ₈ x(3) ₈ = (7460) ₈	1	1	

$$\begin{array}{r} 60640 \\ \hline 1010400 \end{array}$$

$$\overline{56220 \quad 60640 \quad \text{Resultado en c a 8}}$$

$$(23, 6)_8 / (A2)_{16} = (23, 6)_8 / (242)_8 = (0, 0763..)8$$

4. Resolver: $(23, 6)_8 + [(A2)_{16} - (111,1101)_2 * (23)_{10}]$

Solución:

Lo primero es dejar todo expresado en una misma base. Para este caso por ser la de menor número de dígitos se trabajará en hexadecimal.

$$(23, 6)_8 = (010 \ 011, 110)_2 = (0001 \ 0011, \ 1100)_2 = (13, C)_{16}$$

$$(A2)_{16}$$

$$(111,1101)_2 = (0111,1101)_2 = (7, D)_{16}$$

$$(23)_{10} = (17)_{16}$$

El ejercicio es:

$$(23, 6)_8 + [(A2)_{16} - (111,1101)_2 * (23)_{10}] = (13, C)_{16} + [(A2)_{16} - (7, D)_{16} * (17)_{16}]$$

Se debe tener en cuenta la jerarquía de operadores. Por ello se resuelve lo que este en el parentesis cuadrado. Dentro del paréntesis entre la resta y el producto tien prelación el producto.

$$\begin{array}{r} 7 \ D \\ 1 \ 7 \\ \hline 3 \ 6 \ B \\ 7 \ D \\ \hline B \ 3, \ B_{16} \end{array}$$

$$(13, C)_{16} + [(A2)_{16} - (7, D)_{16} * (17)_{16}] = (13, C)_{16} + [(A2)_{16} - (B3, B)_{16}]$$

Ahora se hace la resta correspondiente, con el procedimiento desarrollado en la primera sección del presente capítulo, así:

Sustraendo	B3,B	A2,	EE,5 ₁₆	Resultado en C a 16
Complemento a 15	4C,4	4C,5	1 1,A	Complemento a 15
	1	EE,5 ₁₆	1	
Complemento a 16	4C,5		1 1,B ₁₆	Resultado negativo

$$(13, C)_{16} + [(A2)_{16} - (7, D)_{16} * (17)_{16}] = (13, C)_{16} - (11,B)_{16} = (13, C)_{16} + (EE,5)_{16}$$

Esta última expresión es válida en tanto que la suma de números negativos se hace con su complemento a la base.

$\begin{array}{r} 13, C \\ EE, 5 \\ \hline 1\ 02, 1 \end{array}$
--

$$(13, C)_{16} + [(A2)_{16} - (7, D)_{16} * (17)_{16}] = (13, C)_{16} - (11, B)_{16} = (13, C)_{16} + (EE, 5)_{16} = (2, 1)_{16}$$

$$(13, C)_{16} + [(A2)_{16} - (7, D)_{16} * (17)_{16}] = (2, 1)_{16}$$

3.3.2. TALLER TRES

1. Con los números:

$$a = (230, 11)_8$$

$$b = (1101001, 1101)_2$$

$$c = (1B, AA)_{16}$$

$$d = (198, 23)_{10}$$

Resolver y expresar en base 2, 8 y 16:

a) $a * (22)_3 + c * \{ [b * (c - d) + d] - [b * a + (d * b + b)] \}$

b) $c * [a + (d - b) * c] / b$

c) $(d - b) * (a + b)$

d) $(a * b - d)$

e) $(a * b - d) / (11)_2$

f) $(a * b - d) / (11)_2 + c$

2. Elaborar cada uno de los ejemplos de la sección en bases diferentes a las desarrolladas

3. Elabore el mapa conceptual del Capítulo

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- ⁱ RIFFRAN, Natalia. Abril 1999. “*Sistemas numéricos*”. Monografías.com. México. [Publicación electrónica]. Disponible desde internet en: <<http://www.monografias.com/trabajos3/sistnumer/sistnumer.shtml> > [Con acceso el 27 de julio del 2001]
- ⁱⁱ CASADO, Santiago. 10 de mayo del 2000. “*Los sistemas de numeración a lo largo de la historia*”. Red telemática de educación en andalucía. España(Andalucía) [Revista e electrónica]. Disponible desde internet en: <<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Otros/SISTNUM.html#G>> [Con acceso el 2 de agosto del 2001]
- ⁱⁱⁱ Tareasya.com de C.V. 2000 “*Sistemas de numeración egipcio, babilónico y romano*”. [Publicación electrónica]. Disponible desde internet en: <http://www.tareasya.com/noticia.asp?noticia_id=1319#egipcio> [Con acceso el 12 de agosto del 2001]
- ^{iv} GOMEZ, Virgilio. 1999. “*Sistemas numéricos*” Hecho en Mexico [Publicación electrónica]. Disponible desde internet en: <<http://www.modelo.edu.mx/univ/virtech/prograc/cbyn01.htm>> [Con acceso el 2 de septiembre del 2001]

^v FLOYD, Thomas. *Fundamentos de sistemas digitales*. 7ª edición Prentice Hall. Santa Fé de Bogotá. 2000.

^{vi} MANO, Morris. *Diseño Digital*. Prentice Hall. México. 1987.

^{vii} RUIZ, J.M. 31 enero del 2001. “Sistemas de Numeración”. Electrónica [Publicación electrónica]. Disponible desde internet en: <http://geryon.uc3m.es/digital1/t1/t1p01.htm> [Con acceso el 21 de agosto del 2001]

^{viii} INSTITUTO TECNOLÓGICO DE LA PAZ. “*Sistemas de nueración*”, Tutorial de sistemas digitales. México. [Publicación electrónica]. Disponible desde internet en: http://www.itlp.edu.mx/publica/tutoriales/sistdigitales/tem1_2_.htm [Con acceso el 22 de agosto del 2001]