

# Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

## Facultad de Ciencias de la Computación

### Tarea No. 3 Matemáticas Elementales

Profesor Fco. Javier Robles Mendoza

### Funciones

1. Si  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+3}}$ , halle,  $f(1), f(-1), f(0), f(-x), -f(x), f(x^2), [f(x)]^2$ .

2. Hallar  $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$  si  $h \neq 0$  para las funciones siguientes: **a)**  $f(x) = \sqrt{3x-4}$ , **b)**  $f(x) = \frac{1}{x+2}$ .

3. Considere la función  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  para calcular el valor que se indica:  $f\left(\frac{1}{3}\right), f\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}}\right), f(f(-3)), f(1-a),$

$\frac{f(0+h)-f(0)}{h}, f\left(\frac{1}{2}\right) - f\left(\frac{1}{4}\right), \frac{f(-3)}{f(-2)}, \frac{f(b)-f(a)}{b-a}, (b \neq a).$

4. Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x^2} & \text{si } x < 1 \\ \frac{1-x}{3} & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ \frac{1}{1-x^2} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

para calcular el valor que se indica:  $f(0), f(-1), f(3+h)$  si  $0 < h$ ,  $\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$  si  $0 < h < \frac{1}{2}$ ,

$\frac{f(a)-f(1)}{a-1}$  si  $a < 1$ .

5. Determine el dominio máximo de cada una de las funciones siguientes.

**a)**  $f(x) = \sqrt{x+5}$ , **b)**  $g(x) = \frac{x}{4x^2-9}$ , **c)**  $h(x) = \sqrt{8-3x}$ , **d)**  $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2-2x-8}$ , **e)**  $g(x) = \frac{2x+5}{x^2+1}$ ,

**f)**  $h(x) = \frac{\sqrt{10-3x}}{x^2+x-6}$ , **g)**  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{9-2x}}$ , **h)**  $h(x) = \sqrt[3]{x^2-x+6}$ , **i)**  $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^3-x}$ ,

**j)**  $g(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{5-x}$ , **k)**  $h(x) = \frac{|x|}{x^2+x}$ , **l)**  $f(x) = \frac{x^3-3x+2}{x^4-4x+3}$ , **m)**  $h(x) = \sqrt[6]{75+3x}$ .

6. Determine la imagen de cada función.

**a)**  $y = |x+3|$ , **b)**  $y = \sqrt{x+2} - 4$ , **c)**  $g(x) = \frac{2x-7}{x-4}$ , **d)**  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ , **e)**  $h(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \leq -3 \\ x^2 & \text{si } x > -3 \end{cases}$ .

7. Para las funciones siguientes trace la gráfica, encuentre el dominio y el rango de  $f$ .

**a)**  $f(x) = \frac{1-3x}{2}$ , **b)**  $f(x) = |x+3|$ , **c)**  $f(x) = 1 - \sqrt{x+1}$ , **d)**  $f(x) = 9 - x^2$ , **e)**  $f(x) = 1 + 2|x|$ ,

$$f) g(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ 3x & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 6 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}, g) f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x \neq 0 \\ -2 & \text{si } x = 0 \end{cases}, h) |y - 2| = |x - 1|,$$

$$i) y = -|x - 2|, j) y = \frac{x}{|x|}, k) y = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 1 \\ [x] & \text{si } 1 < x \leq 4 \\ 2 & \text{si } x > 4 \end{cases}, l) y = \frac{[x]}{|x|}.$$

8. Determine si la función  $f$  es par, impar o ninguna de las dos.

$$a) f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 4x}, b) f(x) = \sqrt[3]{3x^2 - x^3}, c) f(x) = \sqrt[3]{x^4 + 3x^2 + 5}, d) f(x) = \frac{x-1}{x+1},$$

$$e) f(x) = x(1 - x^2), f) f(x) = [x], g) f(x) = \begin{cases} 3 - x & \text{si } x < 0 \\ x + 3 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}.$$

9. a) ¿El producto de dos funciones pares es par?

b) ¿El producto de dos funciones impares es impar?

c) ¿El producto de función par por función impar, es par o impar?

10. Si  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$  y  $g(x) = \sqrt{x}$ , encuentre el dominio de a)  $fg$ , b)  $f/g$ .

11. Para  $f(x) = 3x^2 + 5x + 2$  y  $g(x) = x^2 + x$ , obtener

a)  $(f + g)(x)$ , b)  $(f - g)(x)$ , c)  $(f \cdot g)(x)$ , d)  $\frac{f(x)}{g(x)}$ , e)  $(f \circ g)(x)$ , y determine su dominio.

12. Para  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  y  $g(x) = \sqrt{1 + x^2}$ , encuentre

a)  $(f + g)(x)$ , b)  $(f - g)(x)$ , c)  $(f \cdot g)(x)$ , d)  $\frac{f(x)}{g(x)}$ , e)  $(f \circ g)(x)$ , y determine su dominio.

13. Si  $f(x) = 8x - 1$  y  $g(x) = \sqrt{x - 2}$ , halle a)  $(f \circ g)(2)$ , b)  $(g \circ f)(2)$

14. Para las funciones siguientes encuentre:  $(f \circ g)(x)$ ,  $(g \circ f)(x)$ , y determine su dominio

$$a) f(x) = 2x^2 - 5x + 1, g(x) = 3x + 2$$

$$b) f(x) = \sqrt{3x + 2}, g(x) = \frac{1}{x^2}.$$

15. Considere las funciones  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \geq 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$  y  $g(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{2} & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 2 \end{cases}$  y calcule  $(f \circ g)(x)$ ,  $(g \circ f)(x)$ ,

$(f \circ g)(1)$ ,  $D_{f \circ g}$  y  $D_{g \circ f}$ .

16. Considere  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $g(x) = x^2$ , y  $h(x) = x - 1$  y calcule  $(f \circ g \circ h)(-1)$ ,  $(f \circ g \circ h)(x)$ , y  $D_{f \circ g \circ h}$ .

17. Encuentre dos funciones  $f$  y  $g$  para las cuales  $(f \circ g)(x) = h(x) = |x^2 - 4|$ .

18. Determine si la función dada es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o nada de eso.

**a)**  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 2$ , **b)**  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x - 1)^2$ , **c)**  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ ,

**d)**  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \sqrt{x^4 + 2x^2 + 1}$ , **e)**  $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}, f(x) = \frac{3x-2}{x-1}$ , **f)**  $g: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty]$ ,

$g(x) = \sqrt{|x-1|}$ , **g)**  $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty[, f(x) = (1 - x^3)^2$ , **h)**  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \geq 0 \\ x & \text{si } x < 0 \end{cases}$ .

**19.** En los incisos siguientes defina la inversa de la función dada en caso de que exista.

**a)**  $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ , **b)**  $f(x) = |x+2|$ , **c)**  $f(x) = (x+2)^3$ , **d)**  $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{si } x > -1 \\ x+1 & \text{si } x \leq -1 \end{cases}$ ,

**e)**  $f(x) = \frac{1+x}{2-x}, x > 2$ , **f)**  $g(x) = \frac{x+2}{3}$

**20.** Para las funciones siguientes, halle  $f^{-1}(x)$  y trace las graficas de  $f$  y  $f^{-1}$  en el mismo plano coordenado.

**a)**  $f(x) = 10 - 15x$ , **b)**  $f(x) = 9 - 2x^2, x \leq 0$ .

**21.** Supongamos que  $f$  y  $g$  son funciones biyectivas tales que  $f(2) = 7, f(4) = 2$  y  $g(2) = 5$ . Encuentre el valor si es posible.

**a)**  $(g \circ f^{-1})(7)$ , **b)**  $(f \circ g^{-1})(5)$ , **c)**  $(f^{-1} \circ g^{-1})(5)$ , **d)**  $(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$ .

**22.** Hallar el dominio de cada una de las funciones siguientes:

**a)**  $f(x) = \frac{x}{\text{sen } x}$ , **b)**  $f(x) = \frac{2}{\cos(x+1)}$ , **c)**  $f(x) = \tan(x+1)$ , **d)**  $f(x) = \frac{\tan(x+1)}{\text{sen } x}$ .

**23.** Convierta a radianes cada medida y trace en posición normal el correspondiente ángulo.

**a)**  $135^\circ$ , **b)**  $150^\circ$ , **c)**  $330^\circ$ , **d)**  $-945^\circ$ , **e)**  $1575^\circ$ , **f)**  $-2520^\circ$ .

**24.** Convierta a grados cada medida y trace en posición normal el correspondiente ángulo.

**a)**  $\cos \frac{5\pi}{6}$ , **b)**  $\text{sen} \frac{5\pi}{4}$ , **c)**  $\text{sen} \frac{-5\pi}{6}$ , **d)**  $\cos \frac{-11\pi}{6}$ , **e)**  $\tan(-330^\circ)$ , **f)**  $\cos(-300^\circ)$ , **g)**  $\tan(1880^\circ)$ .

**25.** Calcula el valor que se indica sin el uso de tablas ni calculadora.

**a)**  $\cos \frac{5\pi}{6}$ , **b)**  $\text{sen} \frac{5\pi}{4}$ , **c)**  $\text{sen} \frac{-5\pi}{6}$ , **d)**  $\cos \frac{-11\pi}{6}$ , **e)**  $\tan(-330^\circ)$ , **f)**  $\cos(-300^\circ)$ , **g)**  $\tan(1800^\circ)$ .

**26.** Trace la gráfica de cada una de las funciones siguientes.

**a)**  $y = \text{sen} 2x$ , **b)**  $y = 2\text{sen} \frac{2x}{3}$ , **c)**  $y = 3\cos 2x$ , **d)**  $y = \tan 2x$ , **e)**  $y = \text{sen}(x+3)$ , **f)**  $y = \cos \frac{x}{2}$ .

**27.** Diga si la función es par o impar o nada de eso.

**a)**  $y = x \cos x$ , **b)**  $y = \text{sen}^2 x$ , **c)**  $y = \sec x$ , **d)**  $y = \text{sen} x - \cos x$ .

**28.** Calcula el valor que se indica.

**a)**  $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ , **b)**  $\text{arcsec}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ , **c)**  $\cot^{-1}(-1)$ , **d)**  $\cot\left(\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ , **e)**  $\cos\left(\sec^{-1}\left(\frac{-5}{4}\right)\right)$ .

**f)**  $\text{sen}(\tan^{-1}(0) - \text{sec}^{-1}(2))$  , **g)**  $\cos^{-1}(\text{sen}(\tan^{-1}(1)))$  .

**29.** Determine los valores para  $\frac{-\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  que satisfacen la ecuación dada.

**a)**  $2\cos^2\theta + \cos\theta - 1 = 0$  , **b)**  $2\text{sen}\theta + 1 = \text{csc}\theta$  , **c)**  $\cos^{-1}\theta + \text{sen}^{-1}\theta = \frac{\pi}{2}$  ,

**d)**  $\tan\theta - 1 = \sqrt{3}\cot\theta - \sqrt{3}$  .

**30.** Trace la grafica de la función

**a)**  $y = \tan^{-1}x + 1$  , **b)**  $y = \text{sen}^{-1}x + x$  , **c)**  $y = \text{sen}(\text{sen}^{-1}x)$  .

**31.** Aplique la definición para calcular el valor que se indica.

**a)**  $\log_3 81$  , **b)**  $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{32}\right)$  , **c)**  $\log_{10}\sqrt{1000}$  .

**32.** Aplique las propiedades de los logaritmos para expresar cada logaritmo en términos de los logaritmos de los números  $x, y, y z$ .

**a)**  $\log_a 3xy$  , **b)**  $\log_a \sqrt{\frac{xy}{z}}$  , **c)**  $\log_a \sqrt{xy^3z}$  , **d)**  $\log_a \frac{z^2}{\sqrt{x}\sqrt{z}}$  .

**33.** Resuelva cada ecuación.

**a)**  $\log_{10}x + 2\log_{10}x = 2$  , **b)**  $3^{a^x} = 9$  , **c)**  $\log_3 x + \log_3(x - 2) = 1$  , **d)**  $\ln x + \ln 2 = \ln(x + 1)$  ,

**e)**  $2^{3^x} = 8$  .

**34.** Simplifique cada expresión aplicando las propiedades.

**a)**  $\ln(3 + \sqrt{8}) + \ln(3 - \sqrt{8})^{10}$  , **b)**  $\ln^3 \sqrt{e^2}$  , **c)**  $e^{-\ln 5}$  , **d)**  $e^{\ln 3 - \ln 5}$  .

**35.** Halle el dominio de las funciones siguientes.

**a)**  $f(x) = \ln(x + 3)$  , **b)**  $f(x) = \sqrt{\ln x}$  , **c)**  $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$  , **d)**  $f(x) = \ln(x^2 - 1)$  .

**36.** Graficar las funciones siguientes.

**a)**  $f(x) = 2^{x-2}$  , **b)**  $f(x) = e^{2-x}$  , **c)**  $f(x) = \ln|x|$  , **d)**  $f(x) = \ln 2x$  , **e)**  $f(x) = |\ln(x + 1)|$  ,

**d)**  $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \\ \ln x, & 0 < x < 1 \\ x - 3, & x \geq 1 \end{cases}$  .

**37.** Estudiar si son pares o impares las funciones siguientes.

**a)**  $f(x) = a^x + a^{-x}$  ( $a > 0$ ) , **b)**  $f(x) = \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$  , **c)**  $f(x) = \log(x + \sqrt{1+x^2})$  .

**38.** Encuentre la inversa de las funciones siguientes.

**a)**  $y = \ln(x - 3)$  , **b)**  $y = \frac{2^x}{2^x + 1}$  , **c)**  $y = \left(\frac{1}{1-2x}\right)$  , **d)**  $y = \sqrt{e^x}$  , **e)**  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$  .