

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias de la Computación

Tarea No. 2 Geometría Analítica con Álgebra Lineal

Profesor Fco. Javier Robles Mendoza

Circunferencias y Esferas

1. Halle las ecuaciones de las circunferencias que satisfagan cada una de las condiciones siguientes:

- De radio 3 y centro en $(4, -7)$
- Que pasa por los puntos $(2, 1)$ y $(5, -2)$ y tiene radio 15 (dos soluciones)
- Que pasa por los puntos $(5, 1)$, $(4, 2)$ y $(-2, -6)$
- Que tiene como diámetro el segmento de extremos $(3, -1)$ y $(-2, -4)$
- Que tiene su centro sobre la recta $x - 2y = 6$ y que pasa por los puntos $(1, 4)$ y $(-2, 3)$
- Tangente a $2x - 5y = -1$ en $(2, 1)$ y radio 3 (dos respuestas)
- Tangente a $2x - 5y = -1$ en $(2, 1)$ y pasa por el origen
- De centro en $(2, -2)$ y tangente a los ejes coordenados
- De centro en $(-4, 3)$ y pasa por el origen.

2. Halle el centro y el radio de cada una de las circunferencias siguientes.

- $x^2 + y^2 = 20$
- $x^2 + y^2 + 4x = 0$
- $x^2 + y^2 + 5x - 11y = 32$
- $3x^2 + 3y^2 - 6x + 10y = 21$
- $x^2 + y^2 + 5x - 11y = 32$
- $x^2 + y^2 + 10y = 0$
- $x^2 + y^2 + 10x + 10y = 32.$

3. a) Hay dos rectas paralelas a $3x - 5y = 4$ y tangentes a $x^2 + y^2 = 25$. Hállense sus ecuaciones.

b) Hay dos rectas perpendiculares a $x + 2y = 1$ y tangentes a $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$. Hállense sus ecuaciones.

4. a) Encuéntrese la ecuación de la circunferencia cuyo diámetro es la cuerda común a las circunferencias

$$x^2 + y^2 + 4x - 4y - 2 = 0 \text{ y } x^2 + y^2 - 2x + 2y - 14 = 0.$$

b) Obténgase la ecuación de la circunferencia que pasa por la intersección de las circunferencias

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y + 5 = 0 \text{ y } x^2 + y^2 + 2x + 4y + 4 = 0 \text{ y por el punto } (1, -2).$$

5. Determine si la grafica de cada una de las siguientes ecuaciones es una circunferencia, un punto o el conjunto vacío ; si la grafica es una circunferencia, de el centro y el radio.

- $5x^2 + 5y^2 - 14x + 7y - 24 = 0$
- $x^2 + y^2 + 8x - 10y + 50 = 0$
- $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 10 = 0.$

6. En los incisos siguientes encuentre los puntos de intersección de las circunferencias cuyas ecuaciones se dan.

- a) $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 30 = 0$ y $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 26 = 0$
 b) $x^2 + y^2 + 3x - 3y = 52$ y $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 32$.

7. a) Determinínense las coordenadas de los puntos de intersección de la recta $y - 7x - 12 = 0$ y la circunferencia $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$.

b) Escribese la ecuación del diámetro de la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$ el cual es perpendicular a la recta $4x + 3y - 25 = 0$.

8. Escriba las ecuaciones de las esferas siguientes :

- a) Con centro en $(3, 0, 0)$ y radio 3
 b) Con centro en $(1, -1, -4)$ y radio 7
 c) Con centro en $(2, -1, 0)$ y radio $\sqrt{5}$
 d) Pasa por el punto $(1, 0, -1)$ y tiene como centro $(-1, 4, 2)$
 e) Tiene su centro en la intersección de los planos $x + y + z = 1$, $2x - y - z = 7$ y $x - 2y + z = 2$ y radio igual a 7.
 f) Tiene su centro en $(3, 2, -2)$ y es tangente al plano $x + 3y - 2z + 1 = 0$
 g) Pasa por los puntos $(5, 4, 0)$, $(0, 3, -2)$, $(3, 2, -2)$ y $(4, 0, 3)$.

9. Encuéntrase la ecuación de la esfera que pasa por el punto $(-1, 6, -3)$ y es tangente al plano $4x + 4y + 7z - 96 = 0$ en el punto $(7, 3, 8)$.

10. Halle el centro y el radio de cada una de las esferas siguientes :

- a) $x^2 + y^2 + z^2 - 7x + 4z = 20$
 b) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 8y + 10z = 7$
 c) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 10x - 3y + 7z = 0$
 d) $x^2 + y^2 + z^2 + 2y + z - 1 = 0$
 e) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 43 = 0$.

11. Muestre que conjunto de puntos de \mathbb{R}^3 cuya distancia a $(2, -1, 3)$ es el doble de su distancia a $(-4, 2, 1)$, es una esfera y halle centro y radio.

12. Halle el centro y el radio de la circunferencia intersección de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 49$ con en plano $4x - y + 2z = 20$.

13. El punto $P = (2, 3, 6)$, pertenece a la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 49$; halle la ecuación del plano tangente a la esfera en P ; muestre que toda que pasa por P corta a la esfera en otro punto Q , a menos que pertenezca al plano tangente. *Sugerencia:* use las ecuaciones para métricas de la recta que pasa por P y es paralela al vector (a, b, c) .

14. El centro de la esfera se encuentra en el plano $z = 4$, y la misma esfera es tangente al plano xy en el punto $(2, 3, 0)$. Hállese la ecuación de la esfera y determínese las coordenadas de su centro.

15. El plano $y = 3$ corta a la esfera $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z = 16$ por cierta circunferencia. Hállese su centro y su radio.

16. ¿Qué figura es la intersección de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ y del plano:

- a) $y = 1$, b) $y = 1/2$, c) $y = 2$?

17. El plano $z = -1$ corta a la esfera $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$ por cierta circunferencia. Hállese su centro y su radio.

18. Halle el centro y el radio de la circunferencia intersección de las esferas $x^2 + y^2 + z^2 = 49$ y $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 8y + 10z = 7$.

19. Determinése la ecuación de la esfera que pasa por la intersección de las esferas $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + 2 = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 10 = 0$ y por el punto $(21, 4, 0)$.