

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias de la Computación

Tarea No. 1 Geometría Analítica con Álgebra Lineal

Profesor Fco. Javier Robles Mendoza

Rectas y Planos

1. Considere el punto $P = (-2, 5, 4)$.

- Si desde P se trazan rectas perpendiculares a los planos coordenados, ¿Cuáles son las coordenadas de cada perpendicular?
- Si desde P se traza una recta perpendicular al plano $z = -2$, ¿Cuáles son las coordenadas del pie de de cada perpendicular?
- Localice el punto del plano $x = 3$ más cercano a P .

2. En los incisos siguientes los tres puntos que se indican forman un triángulo. Determine cuales triángulos son isósceles y cuales son rectángulos.

- $(0, 0, 0), (3, 6, -6), (2, 1, 2)$
- $(1, 1, -1), (1, 0, 1), (0, -1, 1)$
- $(1, 2, 3), (4, 1, 3), (4, 6, 4)$

3. Utilice la fórmula de la distancia para demostrar que los puntos dados son colineales.

- $(1, 2, 0), (-2, -2, -3), (7, 10, 6)$
- $(2, 3, 2), (1, 4, 4), (5, 0, -4)$

4. En los incisos siguientes encuentre el valor de cada incógnita.

- $P_1 = (x, 2, 3), P_2 = (2, 1, 1); d(P_1, P_2) = \sqrt{21}$
- $P_1 = (x, x, 1), P_2 = (0, 3, 5); d(P_1, P_2) = 5$.

5. a) Dado que $a = (1, 1, 1)$ y $b = (-1, 0, -2)$, encuentre un vector en la misma dirección de $a + b$, pero que tenga 5 veces su longitud.

b) Obtenga un vector en la dirección opuesta de $a = (4, 10, -20)$ pero que tenga $\frac{3}{4}$ de su longitud.

6. En los incisos siguientes sean $a = (2, -3, 4)$ y $b = (-1, 2, 5)$ y $c = (3, 6, -1)$. Halle el número o vector indicado.

- $a \cdot (4b)$, b) $b \cdot (a - c)$, c) $(2a) \cdot (a - 2b)$, d) $\left(\frac{a \cdot b}{b \cdot b}\right) b$, e) $(c \cdot b)a$.

7. Halle un vector $v = (x_1, y_1, 1)$ que sea ortogonal tanto a $a = (3, 1, -1)$ como a $b = (-3, 2, 2)$.

8. En los incisos siguientes encuentre el ángulo θ entre los vectores indicados.

- $a = 3i - k, b = 2i + 2k$
- $a = (2, 4, 0), b = (-1, -1, 4)$.

9. En los incisos siguientes halle las ecuaciones vectoriales, para métricas y simétricas de la recta L

- Que pasa por los puntos $(0, 4, 5)$ y $b = (-2, 6, 3)$
- Que pasa por los puntos $(-1/2, -1/2, 1)$ y $b = (-3/2, 5/2, -1/2)$
- Que pasa por el punto $P = (4, 6, -7)$ y vector director $v = (3, 1/2, -3/2)$
- Que pasa por el punto $P = (0, -3, 10)$ y vector director $v = 5i + 9j + 4k$.

10. a) Obtener ecuaciones para métricas de la recta que pasa por $(6, 4, -1)$ y es paralela a la recta

$$\frac{x}{2} = \frac{1-y}{3} = \frac{z-5}{6}.$$

b) Obtener ecuaciones para métricas de la recta que pasa por $(1, 1, 8)$ y es paralela al eje y .

11. Determine cuales de las rectas siguientes son ortogonales y cuales paralelas.

- $(x, y, z) = (1, 0, 2) + t(9, -12, 6)$
- $x = 1 + 4t, y = 12t, z = 2 - 6t$
- $x = 2t, y = -3t, z = 4t$
- $x = 5 + t, y = 4t, z = 3 + \frac{5}{2}t$
- $x = 1 + t, y = \frac{3}{2}t, z = 2 - \frac{3}{2}t$
- $\frac{x+1}{-3} = \frac{y+6}{4} = \frac{z-3}{-2}$.

12. Determine los puntos de intersección de la recta dada y los tres planos coordenados.

- $x = 4 - 2t, y = 1 + 2t, z = 9 + 3t$
- $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{2}$

13. En los incisos siguientes determine si se cortan las rectas dadas. Si es así, halle el punto de intersección.

- $x = 4 + t, y = 5 + t, z = -1 + 2t$; $x = 6 + 2s, y = 11 + 4s, z = -3 + s$
- $x = 1 + t, y = 2 - t, z = 3t$; $x = 2 - s, y = 1 + s, z = 6s$
- $x = 2 - t, y = 3 + t, z = 1 + t$; $x = 4 + s, y = 1 + s, z = 1 - s$
- $x = 3 - t, y = 2 + t, z = 8 + 2t$; $x = 2 + 2s, y = -2 + 3s, z = -2 + 8s$.

14. Halla los valores de m y n para que las rectas L_1 y L_2 sea paralelas.

$$L_1: \begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = 3 + t \\ z = -t \end{cases}, \quad L_2: \frac{x}{m} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+3}{n}.$$

15. Dada la recta $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$, exprésela como la intersección de dos planos.

16. Obtén el valor el valor de a para el cual las rectas L_1 y L_2 se cortan, y halla el punto de corte.

$$L_1: x = y = z - a, \quad L_2: \frac{2x-1}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{0}.$$

17. Estudia las posiciones relativas de los pares de rectas que aparecen en los incisos siguientes. Cuando se corten, calcula el punto en que lo hacen.

$$\text{a) } L_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - t \\ z = 1 \end{cases}, \quad L_2: \begin{cases} x = -2t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 \end{cases},$$

$$\text{b) } L_1: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 11 - t \\ z = 5 \end{cases}, \quad L_2: \begin{cases} x = -1 - 6t \\ y = 3 + 3t \\ z = 5 \end{cases},$$

$$\text{c) } L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}, \quad L_2: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 3 + 6t \\ z = 4 + 8t \end{cases},$$

$$\text{d) } L_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{3}, \quad L_2: \begin{cases} x - 2y - 1 = 0 \\ 3y - z + 1 = 0 \end{cases}.$$

18. En los incisos siguientes halle una ecuación del plano que contiene al punto dado y es perpendicular al vector dado.

a) $(1, 5, 3); 2i - 3j + 4k$

b) $(6, 10, -7); -5i + 3k$

c) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{-1}{2}\right); 6i + 8j - 4k.$

19. En los incisos siguientes encuentre, si es posible, una ecuación de un plano que contengan a los puntos que se dan.

a) $(3, 5, 2), (2, 3, 1), (-1, -1, 4)$

b) $(0, 0, 0), (1, 1, 1), (3, 2, -1)$

c) $(1, 2, -1), (4, 3, 1), (7, 4, 3).$

20. En los incisos siguientes determine una ecuación del plano que satisfaga las condiciones adicionales.

a) Contiene a $(2, 3, -5)$ y es paralelo a $x + y - 4z = 1$

b) Contiene a origen y es paralelo a $5x - y + z = 6$

c) Contiene a $(3, 6, 12)$ y es paralelo al plano xy

d) Contiene a $(-7, -5, 18)$ y es perpendicular al eje y

e) Contiene a las rectas $x = 1 + 3t, y = 1 - t, z = 2 + t; x = 4 + 4s, y = 2s, z = 3 + s$

g) Contiene a las rectas $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{6}; (x, y, z) = (1, -1, 5) + t(1, 1, -3)$

h) Contiene a las rectas paralelas $x = 1 + t, y = 1 + 2t, z = 3 + t; x = 3 + s, y = 2s, z = -2 + s$

e) Contiene al punto $(4, 0, -6)$ y a la recta $x = 3t, y = 2t, z = -2t$

f) Contiene a $(2, 4, 8)$ y es perpendicular a la recta $x = 10 - 3t, y = 5 + t, z = 6 - \frac{1}{2}t$

g) Contiene a $(1, 1, 1)$ y es perpendicular a la recta que pasa por $(2, 6, -3)$ y $(1, 0, -2).$

21. Determine cuales de los planos siguientes son ortogonales, y cuales, paralelos.

a) $2x - y + 3z = 1$

b) $x + 2y + 2z = 9$

c) $x + y - \frac{3}{2}z = 2$

d) $-5x + 2y + 4z = 0$

e) $-8x - 8y + 12z = 1$

f) $-2x + y - 3z = 5$

22. Obtenga ecuaciones para métricas de la recta que contiene a $(-4, 1, 7)$ y es perpendicular plano $-7x + 2y + 3z = 1$.

23. En los incisos siguientes halle el punto de intersección del plano y la recta indicados.

a) $2x - 3y + 2z = -7 ; x = 1 + 2t, y = 2 - t, z = -3t$

b) $x + y + 4z = 12 ; x = 3 - 2t, y = 1 + 6t, z = 2 - \frac{1}{2}t$.

24. En los incisos siguientes obtenga ecuaciones para métricas de la recta de intersección de los planos indicados.

a) $\left. \begin{array}{l} 5x - 4y - 9z = 8 \\ x + 4y + 3z = 4 \end{array} \right\} ;$ b) $\left. \begin{array}{l} x + 2y - z = 2 \\ 3x - y + 2z = 1 \end{array} \right\}.$

25. En los incisos siguientes encuentre ecuaciones para métricas de la recta que sea paralela a los planos dados y que pase por el punto indicado.

a) $x + y - z = 2, 2x - y + z = 10 ; (5, 6, -12)$

b) $2x + z = 0, -x + 3y + z = 1 ; (-3, 5, -1)$

26. En los incisos siguientes encuentre una ecuación del plano que contenga a la recta dada y que sea ortogonal al plano indicado.

a) $x = 4 + 3t, y = -t, z = 1 + 5t ; x + y + z = 7$

b) $\frac{2-x}{3} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-8}{2} ; 2x - 4y - z = -16$.

27. Comprueba que las rectas $\left. \begin{array}{l} \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1} \\ x - 2y - z = 5 \end{array} \right\}$ y $\left. \begin{array}{l} x - 2z = 5 \\ x - 2y = 11 \end{array} \right\}$ son paralelas, y halla el plano que las contiene.

28. Calcula el valor de m para que los puntos $A = (m, 0, 1), B = (0, 1, 2), C = (1, 2, 3)$ y $D = (7, 2, 1)$ estén en un mismo plano. ¿Cuál es la ecuación de ese plano?

29. Halla el valor de a para que las rectas L_1 y L_2 estén en un mismo plano y halla la ecuación de ese plano.

$L_1: \left\{ \begin{array}{l} x - 2z = 0 \\ y - z = 2 \end{array} \right. , \quad L_2: \left\{ \begin{array}{l} x + y = 1 \\ y + 2z = a \end{array} \right. .$

30. Considere estas rectas

$L_1: \left\{ \begin{array}{l} x = 3 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t \end{array} \right. , \quad L_2: \left\{ \begin{array}{l} 4x + 5y + z = 0 \\ 3y - 4z + 7 - m = 0 \end{array} \right. ,$

a) Calcula el valor de m para que estén en un mismo plano

b) Escribe la ecuación de dicho plano.