Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias de la Computación

Tarea No. 1 de Cálculo Integral

Profesor Fco. Javier Robles Mendoza

Integral de Riemann

1. *En los problemas siguientes dibuje la gráfica de la función dada sobre el intervalo* $[a,b]$, *divida después* $[a,b]$ *en* n *subintervalos iguales y finalmente calcule el área del polígono circunscrito correspondiente.*

a) $f(x) = 2x + 3; a = -1,\ b = 2,\ n = 3$

b) $f(x) = 3x - 2; a = 1,\ b = 3,\ n = 4$

c) $f(x) = x^2 + 2; a = 0,\ b = 2,\ n = 6$

d) $f(x) = 2x^2 + 1; a = -1,\ b = 1,\ n = 6.$

2. *En los problemas siguientes encuentre el área bajo la curva* $y = f(x)$ *sobre el intervalo* $[a,b]$. *Para hacerlo divida el intervalo en* n *subintervalos iguales, calcule el área del polígono circunscrito correspondiente y después tome* $n \to \infty$.

a) $f(x) = x + 1; a = 0,\ b = 2$

b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1; a = 0,\ b = 2$

c) $f(x) = 3x + 1; a = 1,\ b = 4.$ $Sugerencia$: $x_i = 1 + \frac{3i}{n}$.

d) $f(x) = x^2; a = 1, b = 4.$

3. *En los problemas siguientes calcule la suma de Riemann* $R_p = \sum_{i=1}^{n} f(\bar{x}_i)\Delta x_i$ *para los datos que se indican.*

a) $f(x) = x - 1;\ \ P: 3 < 3.75 < 4.25 < 5.5 < 6 < 7;\ \bar{x}_1 = 3,\ \bar{x}_2 = 4, \bar{x}_3 = 4.75,\ \bar{x}_4 = 6,\ \bar{x}_5 = 6.5.$

b) $f(x) = -\frac{x}{2} + 3;\ \ P: -3 < -1.3 < 0 < 0.9 < 2;\ \bar{x}_1 = -2,\ \bar{x}_2 = -0.5, \bar{x}_3 = 0,\ \bar{x}_4 = 2.$

c) $f(x) = \frac{x^2}{2} + 1;\ \ [-1,2]$ $se\ divide\ en\ seis\ subintervalos\ iguales, \bar{x}_i\ es\ el\ punto\ medio.$

d) $f(x) = \frac{x^3}{3} + 1;\ \ [0,2]$ $se\ divide\ en\ ocho\ subintervalos\ iguales, \bar{x}_i\ es\ el\ punto\ extremo\ de\ la\ derecha.$

4. $En\ los\ problemas\ siguientes\ evalúe\ las\ integrales\ definidas\ usando\ la\ defini-ción\ como\ en\ los\ ejemplos\ de\ clase.$

a) $\int_0^4 (2x + 3)\, dx$, b) $\int_0^4 (x^2 + 2)\, dx$, $Sugerencia$: $Use\ \bar{x}_i = \frac{4i}{n}$.

c) $\int_{-1}^{2}(x^2-1)\,dx$, d) $\int_{-1}^{4}(2x^2+1)\,dx$, *Sugerencia*: *Use* $\bar{x}_i = -1+\frac{3i}{n}$.

e) $\int_{0}^{4}(x^2-2x)\,dx$, f) $\int_{-1}^{2}(x^2+x+1)\,dx$.

5. *¿Cuáles de las siguientes funciones son integrables en el intervalo* $[-2,2]$ *y cuá – les no? Exponga sus razones.*

a) $f(x)=x^3+senx$, b) $f(x)=\frac{1}{x+3}$, c) $\frac{1}{x-1}$, $f(1)=3$, d) $f(x)=tanx$

e) $f(x)=\begin{cases} sen(1/x) & si\ \ x\neq 0 \\ 0 & si\ \ x=0 \end{cases}$, d) $f(x)=\begin{cases} x^2 & si\ \ -2\leq x\leq 0 \\ 1 & si\ \ 0<x\leq 2 \end{cases}$.

6. *Evalúe las integrales definidas siguientes usando las propiedades de las inte – tegrales, la regla de Barrow y el hecho de que* $\int x^n\,dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}$.

$a)\ \int_{-2}^{3}(5+x-6x^2)dx$, $b)\ \int_{-3}^{2}\frac{x^2-1}{x-1}dx$, $c)\ \int_{0}^{-1}\left(\frac{x^3+8}{x+2}\right)dx$,

$d)\ \int_{-3}^{4}|x-4|dx$, $e)\ \int_{0}^{4}\sqrt{3x}\left(\sqrt{x}+\sqrt{3}\right)dx$, $f)\ \int_{-1}^{1}(x+1)(x+2)(x+3)dx$,

$g)\ \int_{1}^{2}(4x^{-5}+6x^{-4})dx$, $h)\ \int_{1}^{3}\frac{2x^3-4x^2+5}{x^2}dx$.

7. *Verifique las desigualdades siguientes* sin *evaluar las integrales.*

$a)\ \int_{1}^{2}(3x^2+4)dx \geq \int_{1}^{2}(2x^2+5)dx$.

$b)\ \int_{2}^{4}\left(5x^2-4\sqrt{x}+2\right)dx \geq 0$.

8. *Evalúe los incisos siguientes usando primero en Teorema Fundamen – tal del Cálculo y derivando después.*

$a)\ \dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_0^x (5t+3)^2 dt\ ,\quad b)\ \dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_0^x \left(t^3 - 4\sqrt{t} + 5\right)dt, si\ \ x \geq 0\,.$

9. *En los incisos siguientes encuentre* $F'(x)$ *si* :

$a)\ F(x) = \displaystyle\int_{-6}^{x} (2t+1)dt\ ,\quad b)\ F(x) = \displaystyle\int_{x}^{\frac{\pi}{4}} u\ tan(u)du\ ,\quad c)\ F(x) = \displaystyle\int_{x}^{1} x^2\sqrt{t^2+1}\ dt$

$d)\ F(x) = \displaystyle\int_{1}^{x^2+1} \sqrt{2+sen(x)}\ dx\ ,\quad e) F(x) = \displaystyle\int_{x}^{x^3} \sqrt{1+t^4}\ dt,$

$f)\ F(x) = \displaystyle\int_{sen\,(x)}^{\cos(x)} t^2\ dt\,.$