

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias de la Computación

Tarea No. 1 Calculo Diferencial

Profesor Fco. Javier Robles Mendoza

Funciones

1. Si $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+3}}$, halle, $f(1), f(-1), f(0), f(-x), -f(x), f(x^2), [f(x)]^2$.

2. Hallar $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ si $h \neq 0$ para las funciones siguientes: **a)** $f(x) = \sqrt{3x-4}$, **b)** $f(x) = \frac{1}{x+2}$.

3. Considere la función $f(x) = \frac{1}{1-x}$ para calcular el valor que se indica: $f\left(\frac{1}{3}\right), f\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}}\right), f(f(-3)), f(1-a),$

$\frac{f(0+h)-f(0)}{h}, f\left(\frac{1}{2}\right) - f\left(\frac{1}{4}\right), \frac{f(-3)}{f(-2)}, \frac{f(b)-f(a)}{b-a}, (b \neq a).$

4. Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x^2} & \text{si } x < 1 \\ \frac{1-x}{3} & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ \frac{1}{1-x^2} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

para calcular el valor que se indica: $f(0), f(-1), f(3+h)$ si $0 < h$, $\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ si $0 < h < \frac{1}{2}$,

$\frac{f(a)-f(1)}{a-1}$ si $a < 1$.

5. Determine el dominio máximo de cada una de las funciones siguientes.

a) $f(x) = \sqrt{x+5}$, **b)** $g(x) = \frac{x}{4x^2-9}$, **c)** $h(x) = \sqrt{8-3x}$, **d)** $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2-2x-8}$, **e)** $g(x) = \frac{2x+5}{x^2+1}$,

f) $h(x) = \frac{\sqrt{10-3x}}{x^2+x-6}$, **g)** $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{9-2x}}$, **h)** $h(x) = \sqrt[3]{x^2-x+6}$, **i)** $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^3-x}$,

j) $g(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{5-x}$, **k)** $h(x) = \frac{|x|}{x^2+x}$, **l)** $f(x) = \frac{x^3-3x+2}{x^4-4x+3}$, **m)** $h(x) = \sqrt[6]{75+3x}$.

6. Determine la imagen de cada función.

a) $y = |x+3|$, **b)** $y = \sqrt{x+2} - 4$, **c)** $g(x) = \frac{2x-7}{x-4}$, **d)** $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$, **e)** $h(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \leq -3 \\ x^2 & \text{si } x > -3 \end{cases}$.

7. Para las funciones siguientes trace la gráfica, encuentre el dominio y el rango de f .

a) $f(x) = \frac{1-3x}{2}$, **b)** $f(x) = |x+3|$, **c)** $f(x) = 1 - \sqrt{x+1}$, **d)** $f(x) = 9 - x^2$, **e)** $f(x) = 1 + 2|x|$,

$$f) g(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ 3x & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 6 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}, g) f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x \neq 0 \\ -2 & \text{si } x = 0 \end{cases}, h) |y - 2| = |x - 1|,$$

$$i) y = -|x - 2|, j) y = \frac{x}{|x|}, k) y = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 1 \\ [x] & \text{si } 1 < x \leq 4 \\ 2 & \text{si } x > 4 \end{cases}, l) y = \frac{[x]}{|x|}.$$

8. Determine si la función f es par, impar o ninguna de las dos.

$$a) f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 4x}, b) f(x) = \sqrt[3]{3x^2 - x^3}, c) f(x) = \sqrt[3]{x^4 + 3x^2 + 5}, d) f(x) = \frac{x-1}{x+1},$$

$$e) f(x) = x(1 - x^2), f) f(x) = [x], g) f(x) = \begin{cases} 3 - x & \text{si } x < 0 \\ x + 3 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}.$$

9. a) ¿El producto de dos funciones pares es par?

b) ¿El producto de dos funciones impares es impar?

c) ¿El producto de función par por función impar, es par o impar?

10. Si $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ y $g(x) = \sqrt{x}$, encuentre el dominio de a) fg , b) f/g .

11. Para $f(x) = 3x^2 + 5x + 2$ y $g(x) = x^2 + x$, obtener

a) $(f + g)(x)$, b) $(f - g)(x)$, c) $(f \cdot g)(x)$, d) $\frac{f(x)}{g(x)}$, e) $(f \circ g)(x)$, y determine su dominio.

12. Para $f(x) = \frac{x}{x-1}$ y $g(x) = \sqrt{1 + x^2}$, encuentre

a) $(f + g)(x)$, b) $(f - g)(x)$, c) $(f \cdot g)(x)$, d) $\frac{f(x)}{g(x)}$, e) $(f \circ g)(x)$, y determine su dominio.

13. Si $f(x) = 8x - 1$ y $g(x) = \sqrt{x - 2}$, halle a) $(f \circ g)(2)$, b) $(g \circ f)(2)$

14. Para las funciones siguientes encuentre: $(f \circ g)(x)$, $(g \circ f)(x)$, y determine su dominio

$$a) f(x) = 2x^2 - 5x + 1, g(x) = 3x + 2$$

$$b) f(x) = \sqrt{3x + 2}, g(x) = \frac{1}{x^2}.$$

15. Considere las funciones $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \geq 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$ y $g(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{2} & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 2 \end{cases}$ y calcule $(f \circ g)(x)$, $(g \circ f)(x)$,

$(f \circ g)(1)$, $D_{f \circ g}$ y $D_{g \circ f}$.

16. Considere $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2$, y $h(x) = x - 1$ y calcule $(f \circ g \circ h)(-1)$, $(f \circ g \circ h)(x)$, y $D_{f \circ g \circ h}$.

17. Encuentre dos funciones f y g para las cuales $(f \circ g)(x) = h(x) = |x^2 - 4|$.

18. Determine si la función dada es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o nada de eso.

a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 2$, **b)** $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x - 1)^2$, **c)** $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$,

d) $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \sqrt{x^4 + 2x^2 + 1}$, **e)** $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}, f(x) = \frac{3x-2}{x-1}$, **f)** $g: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty]$,

$g(x) = \sqrt{|x-1|}$, **g)** $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty[, f(x) = (1 - x^3)^2$, **h)** $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \geq 0 \\ x & \text{si } x < 0 \end{cases}$.

19. En los incisos siguientes defina la inversa de la función dada en caso de que exista.

a) $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$, **b)** $f(x) = |x+2|$, **c)** $f(x) = (x+2)^3$, **d)** $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{si } x > -1 \\ x+1 & \text{si } x \leq -1 \end{cases}$,

e) $f(x) = \frac{1+x}{2-x}, x > 2$, **f)** $g(x) = \frac{x+2}{3}$

20. Para las funciones siguientes, halle $f^{-1}(x)$ y trace las graficas de f y f^{-1} en el mismo plano coordenado.

a) $f(x) = 10 - 15x$, **b)** $f(x) = 9 - 2x^2, x \leq 0$.

21. Supongamos que f y g son funciones biyectivas tales que $f(2) = 7, f(4) = 2$ y $g(2) = 5$. Encuentre el valor si es posible.

a) $(g \circ f^{-1})(7)$, **b)** $(f \circ g^{-1})(5)$, **c)** $(f^{-1} \circ g^{-1})(5)$, **d)** $(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$.

22. Hallar el dominio de cada una de las funciones siguientes:

a) $f(x) = \frac{x}{\text{sen } x}$, **b)** $f(x) = \frac{2}{\cos(x+1)}$, **c)** $f(x) = \tan(x+1)$, **d)** $f(x) = \frac{\tan(x+1)}{\text{sen } x}$.

23. Convierta a radianes cada medida y trace en posición normal el correspondiente ángulo.

a) 135° , **b)** 150° , **c)** 330° , **d)** -945° , **e)** 1575° , **f)** -2520° .

24. Convierta a grados cada medida y trace en posición normal el correspondiente ángulo.

a) $\cos \frac{5\pi}{6}$, **b)** $\text{sen} \frac{5\pi}{4}$, **c)** $\text{sen} \frac{-5\pi}{6}$, **d)** $\cos \frac{-11\pi}{6}$, **e)** $\tan(-330^\circ)$, **f)** $\cos(-300^\circ)$, **g)** $\tan(1880^\circ)$.

25. Calcula el valor que se indica sin el uso de tablas ni calculadora.

a) $\cos \frac{5\pi}{6}$, **b)** $\text{sen} \frac{5\pi}{4}$, **c)** $\text{sen} \frac{-5\pi}{6}$, **d)** $\cos \frac{-11\pi}{6}$, **e)** $\tan(-330^\circ)$, **f)** $\cos(-300^\circ)$, **g)** $\tan(1800^\circ)$.

26. Trace la gráfica de cada una de las funciones siguientes.

a) $y = \text{sen} 2x$, **b)** $y = 2 \text{sen} \frac{2x}{3}$, **c)** $y = 3 \cos 2x$, **d)** $y = \tan 2x$, **e)** $y = \text{sen}(x+3)$, **f)** $y = \cos \frac{x}{2}$.

27. Diga si la función es par o impar o nada de eso.

a) $y = x \cos x$, **b)** $y = \text{sen}^2 x$, **c)** $y = \sec x$, **d)** $y = \text{sen } x - \cos x$.

28. Calcula el valor que se indica.

a) $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$, **b)** $\text{arcsec}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, **c)** $\cot^{-1}(-1)$, **d)** $\cot\left(\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)\right)$, **e)** $\cos\left(\sec^{-1}\left(\frac{-5}{4}\right)\right)$.

f) $\text{sen}(\tan^{-1}(0) - \text{sec}^{-1}(2))$, g) $\cos^{-1}(\text{sen}(\tan^{-1}(1)))$.

29. Determine los valores para $\frac{-\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ que satisfacen la ecuación dada.

a) $2\cos^2\theta + \cos\theta - 1 = 0$, b) $2\text{sen}\theta + 1 = \text{csc}\theta$, c) $\cos^{-1}\theta + \text{sen}^{-1}\theta = \frac{\pi}{2}$,

d) $\tan\theta - 1 = \sqrt{3}\cot\theta - \sqrt{3}$.

30. Trace la grafica de la función

a) $y = \tan^{-1}x + 1$, b) $y = \text{sen}^{-1}x + x$, c) $y = \text{sen}(\text{sen}^{-1}x)$.

31. Aplique la definición para calcular el valor que se indica.

a) $\log_3 81$, b) $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{32}\right)$, c) $\log_{10}\sqrt{1000}$.

32. Aplique las propiedades de los logaritmos para expresar cada logaritmo en términos de los logaritmos de los números $x, y, y z$.

a) $\log_a 3xy$, b) $\log_a \sqrt{\frac{xy}{z}}$, c) $\log_a \sqrt{xy^3z}$, d) $\log_a \frac{z^2}{\sqrt{x}\sqrt{z}}$.

33. Resuelva cada ecuación.

a) $\log_{10}x + 2\log_{10}x = 2$, b) $3^{a^x} = 9$, c) $\log_3x + \log_3(x - 2) = 1$, d) $\lnx + \ln2 = \ln(x + 1)$,

e) $2^{3^x} = 8$.

34. Simplifique cada expresión aplicando las propiedades.

a) $\ln(3 + \sqrt{8}) + \ln(3 - \sqrt{8})^{10}$, b) $\ln^3\sqrt{e^2}$, c) $e^{-\ln 5}$, d) $e^{\ln 3 - \ln 5}$.

35. Halle el dominio de las funciones siguientes.

a) $f(x) = \ln(x + 3)$, b) $f(x) = \sqrt{\ln x}$, c) $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$, d) $f(x) = \ln(x^2 - 1)$.

36. Graficar las funciones siguientes.

a) $f(x) = 2^{x-2}$, b) $f(x) = e^{2-x}$, c) $f(x) = \ln|x|$, d) $f(x) = \ln 2x$, e) $f(x) = |\ln(x + 1)|$,

d) $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \\ \ln x, & 0 < x < 1 \\ x - 3, & x \geq 1 \end{cases}$.

37. Estudiar si son pares o impares las funciones siguientes.

a) $f(x) = a^x + a^{-x}$ ($a > 0$) , b) $f(x) = \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$, c) $f(x) = \log(x + \sqrt{1+x^2})$.

38. Encuentre la inversa de las funciones siguientes.

a) $y = \ln(x - 3)$, b) $y = \frac{2^x}{2^x + 1}$, c) $y = \left(\frac{1}{1-2x}\right)$, d) $y = \sqrt{e^x}$, e) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.